



**Matematikksenteret**  
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

## AKTIVITETER OG UNDERVISNINGSSOPPLEGG

**Novemberkonferansen 2008**

“Geometri – eksperimentering og utforsking”

Av og med:  
ressurspersoner ved Matematikksenteret





Forside: Bilde fra bidraget til Elisabeth Aksnes

Bidragene er samla og redigert av May Renate Settemsdal

2009© Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen  
Trykk: NTNU-trykk  
ISBN: 82-471-6058-7



**Matematikksenteret**  
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

## Innledning

Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen har siden oppstarten i 2002 arbeidet med en spredningsmodell der ressurspersoner (lærere i skolen som viser spesielle evner innenfor matematikkundervisning) spiller en nøkkelrolle. Våre ressurspersoner er våre ambassadører i regionene. De formidler og sprer resultatene fra utviklingsarbeidet vi gjør sentralt ved senteret i Trondheim.

I tillegg til at ressurspersonene holder kurs og sprer det vi gjør ved senteret, utvikler de sine egne undervisningsopplegg basert på det læringssynet og fagsynet som Matematikksenteret bygger sitt arbeid på. I dette heftet finner dere eksempler på undervisningsopplegg som er utviklet eller videreført av ressurspersonene. Vi er stolte av å kunne presentere dette som en idebank for lærere på alle trinn og i alle skoleslag. Oppleggene blir presentert under Novemberkonferansen i Trondheim den 24. november 2008. De som har sett presentasjonene vil selvfølgelig ha enda større utbytte av å lese heftet, men andre vil også kunne bli inspirert og få ideer til egen undervisning.

Siden konferansetemaet er GEOMETRI, er også oppleggene i dette heftet knyttet til temaet geometri. Vi oppfordrer lærere til å lese og sette seg inn i alle eksemplene, også de som i utgangspunktet er ment for et annet klassetrinn og/eller et annet skoleslag. Vår erfaring med slike opplegg, er at de er lette å justere og tilpasse ulike nivå. Elever på ulike trinn vil få faglig utbytte på forskjellige måter, avhengig av alder og modenhet.

Undertegnede takker alle bidragsyterne som har presentert opplegg i dette heftet, og som har presentert dem på konferansen.

Lykke til med geometrisk utforskning og eksperimentering!

*Ingvill Merete Stedøy-Johansen*

*Faglig leder*

## Bidragssytere

<i>Geometrisk bilde</i> , Elisabeth Aksnes.....	s. 4
<i>Juletrekort</i> , Ann- Christin Arnås og Hanne Marken Dalby.....	s. 9
<i>Sirkelsafari</i> , Toril Sivertsen Bakken.....	s. 12
<i>M<sup>3</sup> og dm<sup>3</sup></i> , Mona Berling.....	s. 14
<i>Geofred</i> , Kari Leikanger Buset.....	s. 18
<i>Utforskende geometri</i> , Hugo Christensen.....	s. 27
<i>Et observasjonsverktøy for matematikk i barnehagen</i> , Tone Dalvang.....	s. 30
<i>Geometri- eksperimentering og utforsking</i> , Arvid Hagen.....	s. 32
<i>Geometriversksted</i> , Therese Hagfors.....	s. 35
<i>Spill for å øke forståelsen</i> , Svein Anders Heggem.....	s. 44
<i>Symmetri på 2. trinn</i> , Marianne Herland.....	s. 46
<i>Geometri på ungdomstrinnet</i> , Tonje Hofsføy.....	s. 48
<i>Kreativ matematikk</i> , Anne-Gunn Svorkmo og Anne Mari Jensen.....	s. 51
<i>Flater og rom</i> , Maria Johansen.....	s. 53
<i>Trigonometriske funksjoner 1</i> , John Arild Jørgensen.....	s. 63
<i>Dynamisk geometri på videregående skole</i> , Tove Kalvø.....	s. 67
<i>Volum med makaroni</i> , Lisbet Karlsen.....	s. 71
<i>Vinkelsummen i en mangekant</i> , Per Sindre Killingmo.....	s. 73
<i>Tesselering med regulære mangekanter</i> , Ingvill M. Stedøy-Johansen.....	s. 74
<i>Regulære mangekanter av papir</i> , Ingvill M. Stedøy- Johansen.....	s. 77
<i>Matte i boksen</i> , Henrik Kirkegaard.....	s. 80
<i>Mangekanter</i> , Geir Kristoffersen.....	s. 84
<i>Stegark på ungdomstrinnet</i> , Sigurd Lein.....	s. 86
<i>Ukentlig fyrstikkrebus</i> , Katie Lier.....	s. 99
<i>Den pytagoreiske læresetning</i> , Gerd Nilsen.....	s. 113
<i>Fra lureri med areal til tangens og fibonaccitall</i> , Erik Torp Nilssen.....	s. 116
<i>Introduksjon til måling på 1. trinn</i> , May Else Nohr og Hanne Hafnor Dahl.....	s. 118
<i>Geometriske bilder</i> , Tommy Nordby.....	s. 120
<i>Rektangler</i> , Brynhild Nystedt.....	s. 129
<i>Bruk av mappeoppgaver i matematikk</i> , Elisabeth Moe Omland.....	s. 133
<i>Geometri- transformasjon</i> , Tine Foss Pedersen.....	s. 136

<i>Speiling, parallellforskyvning og rotasjon</i> , Inger- Lise Risøy .....	s. 139
<i>Logisk rekke med brikker</i> , Anita Røste .....	s. 142
<i>Bli kjent med tangrambrikkene</i> , Tove Branæs og Tone Skori .....	s. 144
<i>Drager</i> , Tove Branæs og Tone Skori .....	s. 146
<i>Tetraeder</i> , Susanne Stengrundet .....	s. 149
<i>Geometrispillet</i> , Solfrid Storelid .....	s. 152
<i>Lek med mønsterbrikker</i> , Anne Kari Sælensminde .....	s. 163
<i>Tesselering</i> , Marion Høyland Sødal .....	s. 168
<i>Egenskaper ved to- og tredimensjonale figurer</i> , Lill Sørensen .....	s. 169
<i>Kongruensjakt</i> , Grete Tofteberg .....	s. 171
<i>Formlikhet</i> , Anne Kari Wallace .....	s. 176
<i>Sirkelens areal</i> , Eva Wollan .....	s. 183
<i>Tallet pi</i> , Anja Glad von Zernichow .....	s. 185
<i>To- og tredimensjonale figurer</i> , Anja Glad von Zernichow .....	s. 188
<i>Geometri i sal</i> , Berit Aadne .....	s. 194

## GEOMETRISK BILDE

Ved Elisabeth Aksnes

Trinn: Kan tilpasses 2. – 7. trinn

1. Start med to kvadratiske ark i to ulike farger



2. Halver det grønne kvadratet ved å brette langs diagonalen

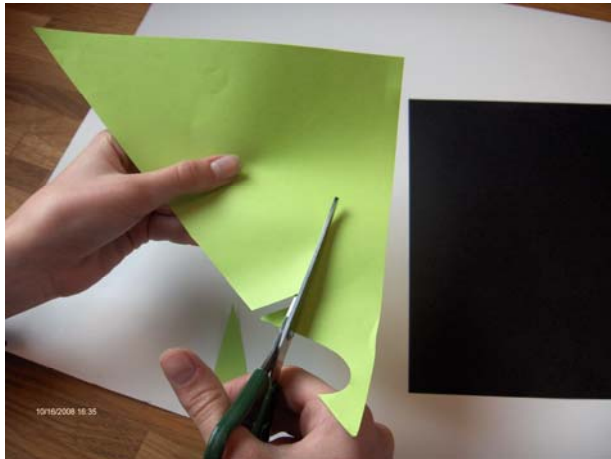


3. Klipp eller riv langs diagonalen slik at du får 2 rettvinkla og likebeina trekkanter. Du skal bare bruke den ene av disse trekantene.





4. Klipp ut valgfrie figurer med utgangspunkt i langsida til trekanten. Ta vare på disse.



5. Når du så har klippet ut mange figurer, limer du trekanten på det svarte arket.



6. De utklippa figurene skal nå limes på den svarte delen av kvadratet slik at figurene blir symmetriske.



7. Slik blir det ferdige bildet:



8. Klassens bilder kan videre monteres sammen slik at de igjen danner nye geometriske mønster. Her kan man eksperimentere og få ulike mønster.



### 9. Matematiske ord og begreper som er sentrale når vi arbeider med dette:

Kvadrat, rettvingla trekant, likebeina trekant, diagonal, areal av kvadrat, areal av trekant, symmetri. Et undringsspørsmål for elevene er òg om arealet av den utklippa trekanten (med utklippene) er lik den hele trekanten. Hvorfor er det slik?

Hvordan må vi tenke for at mønstrene skal bli symmetriske? Hva er et symmetrisk mønster? Hvorfor liker vi ofte symmetriske mønster bedre enn asymmetriske mønster?

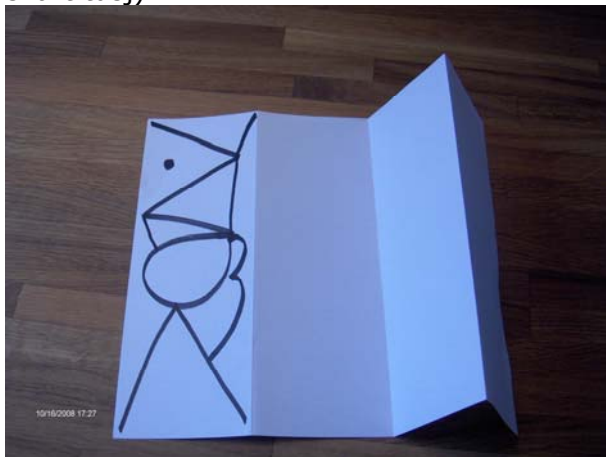
## Geometrisk bilde 2

1. Start med et vanlig hvitt A-4 ark
2. Finn midten på langsida og brett arket langs denne midtlinja slik at en får 2 like rektangler.  
Deretter kan du velge om du igjen vil halvere de nye rektanglene fra langsida eller kortsida.



Nå har du 4 rektangel. Du kan selvsagt brette alle rektanglene en gang til slik at du har 8 rektangler.

3. På det ene rektangelet skal du nå tegne et nonfigurativt valgfritt mønster (bruk helst svart tusj).

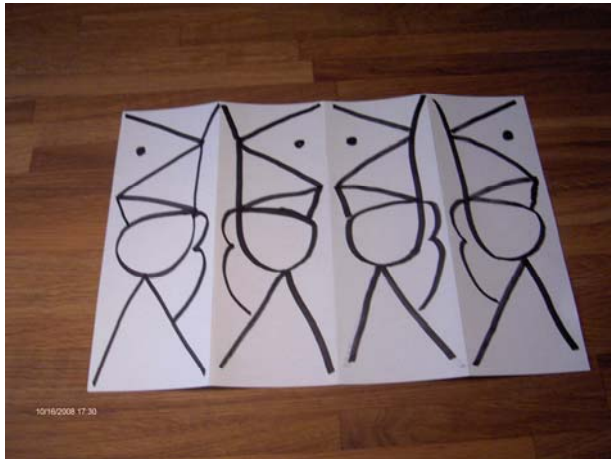


4. Denne figuren skal nå speiles over til de andre rektanglene på arket. Dette gjøres best ved å brette arket slik at figursiden ligger mot vinduet og det ene "tomme" rektangelet ligger over.



Dette gjør det lett å tegne en tilsvarende, men symmetrisk lik figur. Dette gjentar du så til

du har tegnet figuren på alle de tomme rektanglene.



5. Nå kommer det mange synes er et spennende arbeid. Gå på symmetri- og mønsterjakt. Elevene skal så fargelegge bilde sitt i sterke farger. Klassens ferdige resultat:



## 6. Matematiske ord og begreper en kan knytte til dette:

Symmetri – hva slags type?  
Hvorfor blir bildene symmetriske?  
Hva er et symmetrisk bilde?

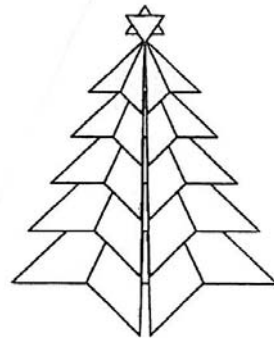
I tillegg kan en selvsagt snakke om halvering.  
Hva skjer med arealet når figurer halveres?

## Juletrekort

**Ved Ann- Christin Arnås og Hanne Marken Dalby**

### Beskrivelse

Juletrekort er en aktivitet som passer godt i adventstida. Den tverrfaglige oppgaven ivaretar både matematikk, norsk og kunst og håndverk. Vi har best erfaring med å la matematikken dominere for- og etterarbeidet. I selve brettingen, kan det være mulig å flette inn en del matematikk, men mye av oppmerksomheten til elevene er rettet mot selve brettingen og det kan være vanskelig å svare på matematiske spørsmål i denne fasen... Vi gir likevel eksempel på noen få spørsmål man kan stille underveis. Uansett nyttig om læreren bruker matematiske begreper for å gi veiledning til hvordan elevene skal brette.



### Forarbeid

Hver elev trenger minst 5 kvadrater i ulike størrelser. Disse kvadratene skal fungere som maler og bør derfor lages i papp. Elevene kan selv bestemme størrelsen på det største kvadratet, og så lage de andre kvadratene ut fra dette. Sidekanten på kvadratet blir lik bredden på greina.

Elever på 3. – 5. trinn kan lage malene ved hjelp av rettvinklet trekantlinjal og blyant. Elever på 6. og 7. trinn kan gjerne prøve å lage malene ved hjelp av linjal og passer.

Elevene må ha kjennskap til egenskapene til kvadrater, måling med linjal og eventuelt bruk av passer og konstruksjon av  $90^\circ$  vinkel.

Med tanke på norskfaget er det fint om elevene vet hvordan et julekort skal skrives.

### Matematikk i fokus

I dette undervisningsopplegget får elevene god kjennskap til egenskapene til kvadratet og trekanter, og sammenhengen mellom kvadrater og trekanter. Vi jobber også med måling av lengder, vinkler, formlikhet og symmetri.

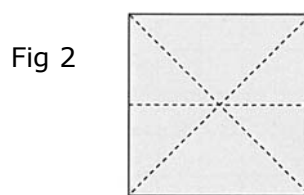
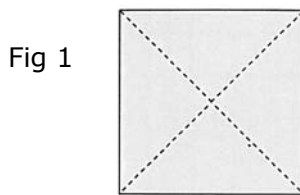
### Utstyr

Hver elev trenger ett sett maler. I tillegg må de ha tilgang på farget papp til selve kortet, julegavepapir/glanspapir til juletreet, saks og limstift.

## Aktivitet/Opplegg

Aktiviteten starter med at elevene klipper ut fem ulike kvadrater i julepapir eller glanspapir med utgangspunkt i de malene de har laget på forhånd. Hver av de fem kvadratene skal bli "en greinkrans" på juletreet.

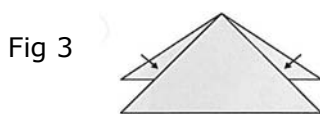
1. Brett kvadratet langs begge diagonalene (fig 1). Brett ut igjen og brett så kvadratet i to like rektangler (fig 2). Den siste bretten skal være brettet fra motsatt side (snu kvadratet). Brett ut igjen.



Mulig spørsmål til elevene:

*Hvor mange trekanter kan du se på det kvadratiske arket?*

2. Bruk nå de to brettekantene til å lage en trekant ved å folde inn rektangelkanten (fig 3). To av sidene i trekanten er de diagonale brettekantene.



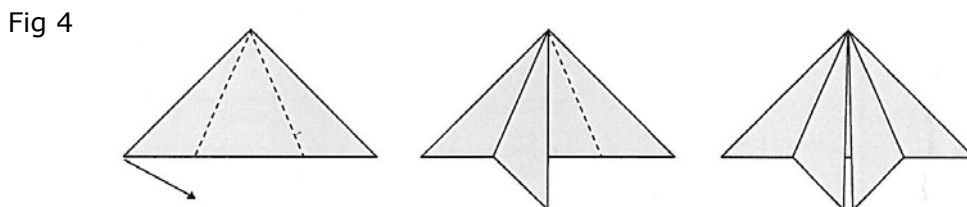
Mulig spørsmål til elevene:

*Hvor stor del av kvadratet er de to trekantene?*

*Hvor store er vinklene i trekanten?*

*Hvor mange symmetrilinjer?*

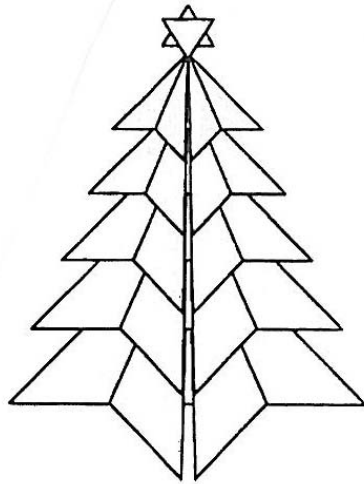
3. Ta de to hjørnene på den øverste trekanten og brett dem mot hverandre slik at de møtes på midten (fig 4)



4. Brett de fire andre kvadratene på samme måte.

5. De fem greinkransene settes sammen til et juletre ved at du starter med toppen. Lim den minste greinkransen øverst på kortet. dersom du ønsker en stjerne i toppen, må du huske å sette av plass til den. Stikk neste trekant halvveis inn i trekanten over og lim fast. Fortsett slik til alle greinkransene er limt fast. Juletrekortet er ferdig (fig 5)!

Fig 5



Mulig spørsmål til elevene:  
*Er det ferdige kortet symmetrisk?*

### Litteratur/leseforslag

Ideen er hentet fra matematikkverket Multi, kopioriginal 5.132.



## Sirkelsafari – jakten på ville sirkler og farlige firkanter

### Geometri med digitalkamera i 1. trinn

#### Ved Toril Sivertsen Bakken

#### Beskrivelse

Vi går på tur og ser etter sirkler, trekanten, firkanter, femkanter og andre mangekanter i nærmiljøet. Formene vi finner tar vi bilde av med et digitalkamera. Etterpå jobber vi mer med formene når vi kommer tilbake i klasserommet og sorterer bildene etter hvilke former de viser. Man kan selvsagt gå på sirkelsafari inne på ulike rom også, men det er mest spennende å gå ut.

#### Forarbeid

Ungene bør ha jobbet litt med former på forhånd, slik at de er i stand til å vurdere formen på ulike ting de møter ute. De bør vite at de kan finne navnet på en mangekant ved å telle antall kanter.

#### Matematikk i fokus

Geometriske former: Sirkel, trekant, firkant (rektangel, kvadrat), femkant, åttekant (alt etter hva man finner når man er ute på tur).

#### Utstyr

Digitalkamera

(Det er en fordel om kameraet har godt med minne, for det blir erfaringsmessig tatt en del bilder. Det er også lurt å ha fulladet batteri.)

#### Aktivitet/Opplegg

**Gå på tur:** Velg gjerne et turmål hvor du vet ungene vil finne mange aktuelle former på veien (i et byggefelt, langs en vei hvor det står en del skilt, forbi hus med spesielle vinduer, fotballbanen, skolegården...).

Ungene bytter på å gå forrest i rekka (gjerne to og to) og tar bilder av gjenstander med geometriske former som de ser. Ungene må fortelle den voksne som går foran sammen med dem hvilken form de skal ta bilde av, eventuelt finne det ut med hjelp av andre barn eller læreren før de får ta bilde. Avtal gjerne på forhånd at ungene får ta to bilder hver før de stiller seg bakerst i rekka. Kanskje rekker dere å ta flere bilder på turen?



**Til venstre: Sirkel og trekant på maten!**

**Midten: Klokka i banken er en sirkel**

**Til høyre: Hvor mange kanter har kortveggen på et hus?**



**Snakk sammen etter turen:** Hva tok dere bilde av? Hvilke former hadde det? Var det noe som var vanskelig å finne ut hva var? Var det noe som var lett? Var det noen former vi har lært om som dere ikke fant? Tegn og skriv fra turen i uteboka eller dokumenter det dere fant på et ark.

**Etterarbeid:** Læreren skriver ut bildene som ungene tok på ark (farger blir selvsagt finest, men det fungerer uten farge også). Hvis dere skal bruke bildene til andre ting (f.eks lyder/stavelser i norsk etc) kan det lønne seg å laminere bildene før de brukes videre.



Ungene får sortere bildene og lime dem opp (evt. feste med tavletyggis) på ark – et for hver form. Arkene får henge i klasserommet så lenge man jobber med former, eller enda lenger om man har plass. På noen bilder må man diskutere hva man syns passer best, noen bilder må kanskje skrives ut flere ganger.

Ungene trenger ikke å sortere de bildene de selv har tatt – de lærer kanskje vel så mye av å sortere bildene noen andre har tatt.



### Tips til læreren/variasjonsmuligheter

- Husk at dette er ungenes prosjekt. Poenget er ikke at bildene skal bli perfekte (selv om man godt kan prate litt om hvordan bildene blir finest), men at ungene skal ta dem selv.
- Opplegget er kanskje lurest å gjennomføre når det ikke ligger snø på bakken.
- Husk å lade batteriet på kameraet og sjekk at du får plass til et visst antall bilder (f.eks 2-4 bilder pr barn) på kameraets minnekort. Det er kjedelig å finne ut at minnekortet er for lite når safarien har startet.

- Kameraet kan brukes for å lære inn ulike begrep:

**Farger:** Ta bilder av ting med ulike farger og sorter etterpå, eller bestem at i dag tar vi bilder av f.eks blå ting.

**Preposisjoner:** Ta bilder som illustrerer begrep som ved siden av, gjennom, over, inni etc.

**Motsetninger:** Høy/lav, gammel/ny, tung/lett, stor/liten, mange/få...

**Tall:** Ta bilder som viser/illustrerer 3, 7, 100...

Dette kan f.eks brukes ovenfor fremmedspråklige elever som skal lære begrep også.  
Her er det bare fantasien som setter grenser!

**GOD TUR!**

## M<sup>3</sup> og DM<sup>3</sup>

### En uteaktivitet og en inneaktivitet.

Ved Mona Berling

#### Beskrivelse

Få kjennskap til størrelsen på en m<sup>3</sup> og en dm<sup>3</sup> og se sammenhengen mellom disse.

#### Forarbeid

1. Brette en terning med størrelse på 1 dm<sup>3</sup>. (Se brettebeskrivelse i vedlegg)
2. Snakke litt om hva volum er hvis dette er et ukjent begrep for elevene.

#### Matematikk i fokus

Geometri, tredimensjonale modeller, standardenhet for lengde, areal og volum. Samarbeid og kommunikasjon mellom elevene.

#### Utstyr

Brette kube: 6 A-4 ark til å brette terning med volumet 1 dm<sup>3</sup>.

Lage m<sup>3</sup> med pinner: Meterstokk, målebånd, kniver, kvister som er minst 1 meter lang og tynt tau.

#### Aktivitet/Opplegg

**Kubikkdesimeter:** Elevene får i oppgave å brette en kube som får en størrelse på en kubikkdesimeter Se vedlegg på brettebeskrivelse.





**Kubikkmeter:** Elevene får i oppgave å lage en  $m^3$  av kvister og tau. Start med å tenke gjennom hvor mange greiner som trengs. Når gruppen har blitt enige om dette, kan de gå i gang med å finne passende greiner. (ca 1 cm i diameter) og snurre sammen greinene i hjørnet slik at det blir en  $m^3$  av det.

Aktuelle spørsmål til elevene:

- Hva kan denne  $m^3$  brukes til? Hvor mange personer går oppi?
- Hvor mange liter går det oppi?
- Det kan være lurt å bruke ei bøtte til å tømme en liter sand/snø oppi og la elevene få se hvor liten denne blir i et hjørne av  $m^3$ .
- Demonstrere hvor mange liter/ $dm^3$  som går den ene og den andre veien og synliggjør at det må være mer enn 10 liter, mer enn 100 liter også
- Bruksområder i det praktiske liv. Hva brukes en  $m^3$  til? Når bruker vi  $m^3$ ?







**Hvor**

### **mange $DM^3$ går det i en $M^3$ :**

Kubene som elevene brettet er fine å bruke ute for at elevene skal få finne ut hvor mange  $dm^3$  det går i lengden, bredden og høyden i  $m^3$ . Hvor mange er det plass til hvis eleven skal fylle kubikkmeteren?

### **Tips til læreren/variasjonsmuligheter**

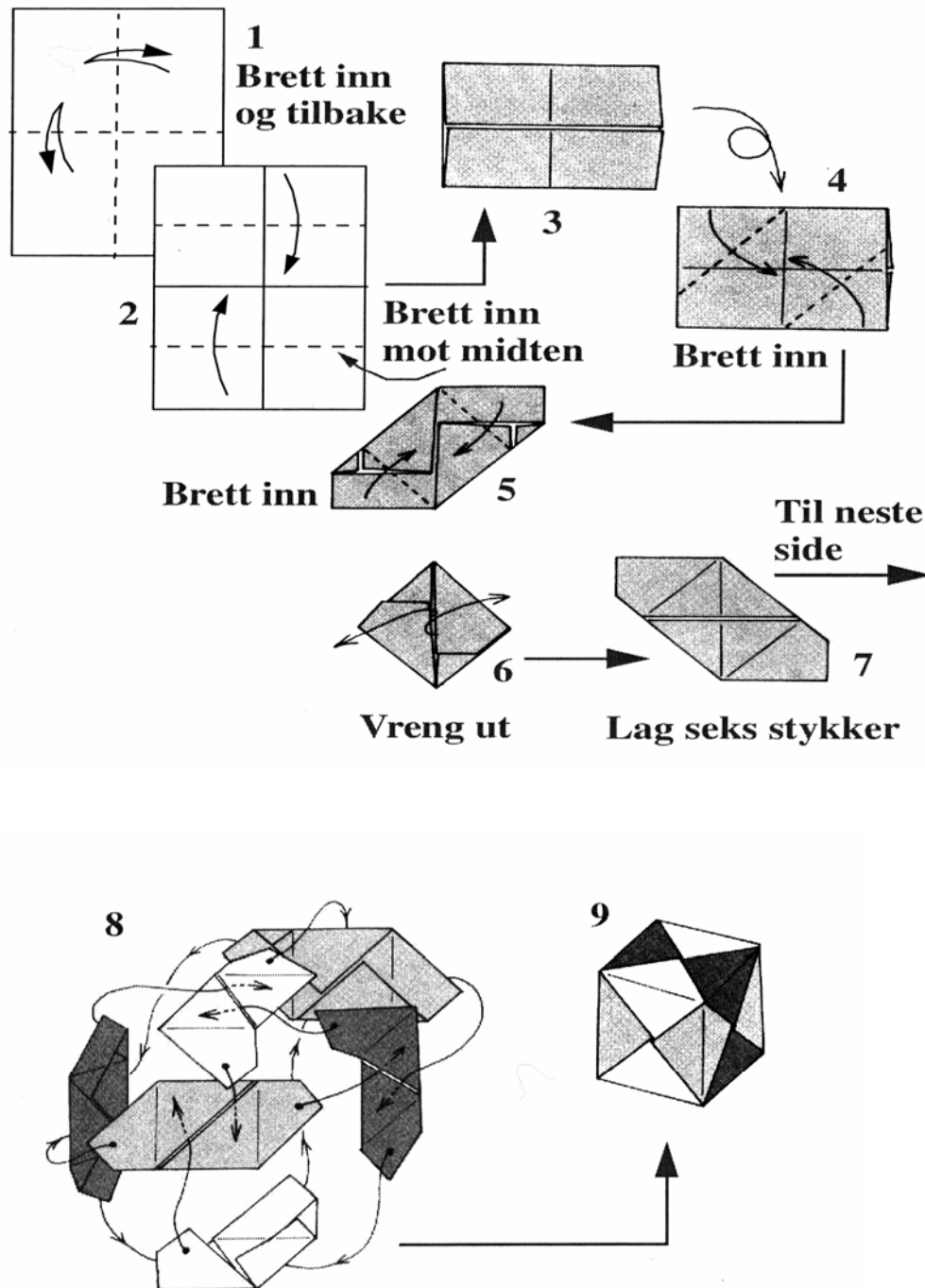
- Se sammenhengen mellom dette og  $cm^3$ . (Centicuber kan brukes.)
- Hvis det er vinter kan må få elevene til å måke en kubikkmeter med snø.
- Hvor mange elever får vi plass til i en kubikkmeter?
- Konkurranse: Hvilken gruppe klarer først å bygge en  $m^3$ ?
- Hvis liten tid til gjennomføring: Læreren kan ha pinner klare til bruk.

### **Litteratur/leseforslag**

$M^3$  er hentet fra Didaktiv`s hefter om elevaktiv matematikk.  
[www.didaktiv.no](http://www.didaktiv.no)

$DM^3$  er hentet fra hefte om papirbretting fra Vitensenteret i Trondheim.

## Bretting av kube med volum $1 \text{ dm}^3$



## GEOFRED

### - ein geometrisk sprellemann

**Ved Kari Leikanger Buset**

#### Beskriving

I opplegget skal ein oppsummere innlæringa der ein samlar fleire kompetansemål i ein aktivitet. Elevane får nytte geometrikunnskapane sine frå mange område. Etter at dei har brukt 8 – 10 timar der dei får FRED til å arbeide med GEOMETriske former og eigenskapane deira, vil arbeidet munne ut i ein samansett figur; GEOFRED, ei mappe der dei samlar arbeidet sitt frå denne perioden m/eigen vurdering og ei kort munnleg framføring.

#### Forarbeid

Elevane er ferdig med grunnleggande innlæring i geometri. Dette arbeidet tek utgangspunkt i emnebasert undervisning. Det er nytta både utforskande og meir tradisjonelle arbeidsformer med oppgåveløysing.

#### Matematikk i fokus

Dei fleste kompetansemåla i geometri etter 10.årssteg.

- analysere, også digitalt, eigenskapar ved todimensjonale figurar og bruke dei i samband med konstruksjonar og berekningar
- utføre og grunngje geometriske konstruksjonar og avbilingar med passar og linjal og andre hjelpemiddel
- bruke formlikskap og Pytagoras' setning i berekning av ukjende storleikar
- tolke og lage arbeidsteikningar

#### Utstyr

Farga papp, tau i ulike fargar, bølgepapp frå pappeske, saks, rutepapir, tråd, konstruksjonsutstyr el. evt pc m/konstruksjonsprogram.

#### Aktivitet/Opplegg

Elevane skal lage GEOFRED ved hjelp av ulike geometriske former. Til kvar kroppsdel (hatt, hovud, to hender, to føter og kropp) skal eleven fylle ut eit skjema. Her skal eigenskapar til figuren, hjelpefigur og forklaring vere med. I tillegg er der også andre oppgåver. Desse er samla i eit oppgåvehefte (ikkje vedlagt) eller dei kan hentast frå læreboka. Eleven har høve til å fordjupe seg, eller svare med enkle ord. er også høve til å teikne for elevar som ikkje maktar å konstruere.



lim,

Det

#### Tips til læreren/variasjonsmuligheter

For at elevane skal resonnerer kring skilnaden på omkrins og areal, kan dei td

- teikne inn rutenett på eine sida av figuren og telle rutene
- legge ein tynn tråd rundt kanten på den andre sida. Mål lengda av tråden og lim den til slutt fast kring omkrinsen.
- Bruke formlikskap ved overføring av konstruert oppgåve til løysingsark.

## Vurdering

Arbeidet blir vurdert undervegs og til slutt som mappevurdering.  
 Elevane gjer si vurdering på vedlagt eigenvurderingsskjema.

Kompetanse	Karakter 2 Beskriving av låg kompetanse	Karakter 3 og 4 Beskriving av nokså god / god kompetanse	Karakter 5 og 6 Beskriving av mykje god /framifrå kompetanse
Omgrep, kunnskapar, dugleikar og resonnement	Kan skilje ulike figurar. Kan rekne med enkle formlar Bruker eit uformelt språk.	Har forholdsvis god forståing av omgrep. Varierende grad av presisjon og sikkerheit Kan bruke matematikkfagleg språk og gjennomføre enkle resonnement	Kan kombinere omgrep og kunnskap frå ulike område og behandle matematiske representasjonar og formlar sikkert. Rekneteknisk sikker.
Problem-løysing	Løyser enkle problemstillingar		Kan ta utgangspunkt i tekstar og figurar, utforske og løyse problemstillingar, nytte fleire innfallsvinklar.
Bruk av hjelpemiddel	Løyser konstruksjonsoppgåver med teikning	Utfører enkle konstruksjonsoppgåver	Kan vurdere og bruke ulike hjelpemiddel og metoder. Kan vurdere kva hjelpemidla har av moglegheiter og avgrensingar
Kommunikasjon	Forenkla presentasjon med uformell uttryksform og kvardagsleg språk	Presenterer i varierende grad løysingane på ein samanhengande måte	Presenterer løysingar på ein oversiktleg og systematisk måte Nyttar matematisk språk

## Utarbeidd og utprøvd av

Elin Opsal, lærar ved Ørsta ungdomsskule,  
 i samråd med Kari Leikanger Buset.

## Geofred – ein geometrisk sprellemann

**Geofred er ein geometrisk oppbygd figur som det er stilt visse krav til. For å få din personlege Geofred er det viktig at du vel oppgåver som gir deg utfordringar og som du løyser så grundig som Geofred krev.**

Geofred er oppbygd av 7 ulike oppgåver om geometriske former. Kva oppgåve som utgjer kva del av kroppen er det du som bestemmer. Du får utdelt eit ark/hefte med ulike konstruksjonsoppgåver. Du skal sjølv velje ut sju av desse oppgåvene som du vil løyse for å bygge din Geofred.

Kvar kroppsdel skal grundig jobbast med og reknast på. Hovudsakleg bør du velje å konstruere figurane, men for dei som ikkje meistarar konstruksjon er det lov å teikne. Sidan kvar del krev at du teiknar/konstruerer same figur tre gonger kan du kanskje først teikne og så prøve deg på ein konstruksjon. Ikkje gløym hjelpefigur og forklaring til konstruksjonen.

Når du har figuren ferdig framfor deg skal du prøve å sette namn på den og minne deg sjølv på kva kjenneteikn ein slik figur har ved å notere det ned på oppgåvearket.

Enkelte av oppgåvene vil kanskje ikkje ha utrekning av lengder på sider, vinklar, areal og omkrins. Då skal du prøve å rekne det ut likevel. Dersom det ikkje går, skal det grunngjevast kvifor ein ikkje kan gjere desse utrekningane akkurat på denne oppgåva. T.d. Kva manglar du for å kunne rekne ut omkrinsen. Du må også passe på å vise til reglar som du nyttar. T.d. dersom du har ei side i ein likesida trekant så veit du lengda på dei to andre fordi alle sidene i ein likesida trekant er like lange.

### Slik arbeider du:

- Les oppgåvene grundig, prøv å sjå for deg kva figur dei vil gi etter at du har konstruert dei og kva kroppsdel den vil passe til.
- Ta for deg ei og ei oppgåve og gjer den heilt ferdig. Kladd den, før den inn på arket som er i permen, dette skal leverast inn til vurdering. Konstruer kroppsdelane på farga ark, saml dei ulike kroppsdelane i ein konvolutt.
- Geofred sin bakkropp **skal** vere oppdelt i kvadratiske ruter på  $1\text{cm} \times 1\text{cm}$ , dette for å verte endå meir beviste på storleiken av eit areal og for å sjå om lengdene og areala stemmer med dine utrekningar.
- Vi set av ei totimarsøkt på skulen til å sette saman Geofred. Alle må ha sine deler på plass desse timane. Dette tidspunktet får de oppgitt i starten av arbeidet.



- Din personlege Geofred skal så teiknast på framsida av ditt hefte med dei rette formene på rett plass. Prøv finne ein høveleg målestokk?

**Munnleg framføring:**

Alle skal velje seg ei oppgåve av sin Geofred som dei vel å presentere munnleg for klassa. Det vert gitt ei delvurdering av den munnlege presentasjonen. Her blir det viktig å bruke rette matematiske ord og uttrykk, vere presis i formuleringane og kunne formidle til resten av klassa korleis du har løyst oppgåva. Kvar elev får ca. 5 min på denne presentasjonen.

**Innlevering:**

Etter den munnlege framføringa skal oppgåva leverast som ei samla mappe i sju delar. Ein for kvar kroppsdel.

**Vurdering:**

Eigenvurdering på skjema med mål.

Lærarvurdering.

I den vurderinga vil ein ta omsyn til:

- Fagleg innhald og vanskegrad i oppgåvene du har løyst.
- Den munnlege framføringa.
- Korleis du har jobba med oppgåva.
- At du ser matematiske samanhengar mellom figurane.
- Orden og oversikt av produktet – både mappa og Geofred.

Dette er ei oppgåve du kan ta vare på og legge fram på ein eventuell munnleg eksamen.

Vi lagar sjølv sagt ei Geofred-utstilling til slutt.



---

# **sin** **Geofred**

<h1>1.Venstre hand</h1>	Geometrisk form:
Kjenneteikn: <ol style="list-style-type: none"> <li>1.</li> <li>2.</li> <li>3.</li> </ol>	
Oppgåve:	Framgangsmåte på konstruksjonen:
Hjelpefigur:	



Konstruksjon

Utrekning av ukjende sider og vinklar:

Utrekning av areal:

Utrekning av omkrins:

## Mål etter arbeidet med GEOFRED.

### Du skal kunne:

- analysere, også digitalt, eigenskapar ved todimensjonale figurar og bruke dei i samband med konstruksjonar og berekningar
- utføre og grunngje geometriske konstruksjonar og avbildingar med passar og linjal og andre hjelpemiddel
- bruke Pytagoras' setning i berekning av ukjende storleikar
- tolke og lage arbeidsteikningar

KAN DU :	Eg kan	Eg kan nesten	Eg kan ikkje
konstruere parallelle linjer, normalar og midtnormalar?			
felle ned ein normal til ei rett linje fra eit punkt?			
halvere vinklar?			
formelen for omkrins av ein sirkel?			
bruke formelen for omkrins av ein sirkel i utrekningar?			
formelen for areal av ein sirkel?			
bruke formelen for areal av ein sirkel i utrekningar?			
forstå og kunne utleie formelen for areal av alle slag trekantar, og kunne bruke dei i utrekningar			
formelen for areal av ulike firkantar?			
bruke formelen for areal av alle slag firkantar i utrekningar?			
Pytagoras setning?			
kunne bruke Pytagoras setning til å rekne ut sider i rettviskula trekantar ?			
konstruere tangentar til ein sirkel?			
bruke ei korde til å finne sentrum til ein gitt sirkel?			
utføre og begrunne konstruksjonar av sammansette geometriske figurerar?			
forstå når to figurer er kongruente?			

# Utforskende geometri

Ved Hugo Christensen

## Hugo Christensen Utforskende geometri.

Denne lysbildeserien må ses på som tips til å angripe geometri og matematikk annerledes enn man kanskje er vant til. Kanskje den kan være med på å utvide horisonter, få oss til å se flere muligheter, nye innfallsvinkler og nye matematiske (og gjerne naturfaglige) arenaer. Klasse-trinn velger jeg ikke å fokusere på. Geometri hører med både i barnehage og høgskole....

## Utforskende geometri

- Hvorfor ser flagget ut som det gjør?
- Hvilke oppgaver har det?
- Hvorfor er det trekantet i rommet?
- Og hvorfor er siden kvadratisk?
- Hvor stor er overflaten, og hva med volumet?
- Hvilke nye matematiske uttrykk kan vi lage dersom vi definerer siden i flagget til "a"?

## Pytagoras på formingsavdeling



## Ferdig klasseprodukt fra pytagoras setning.



## Sykelgeometri



## Sykelgeometri og sykkel fysikk

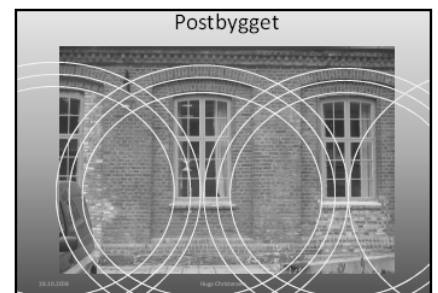
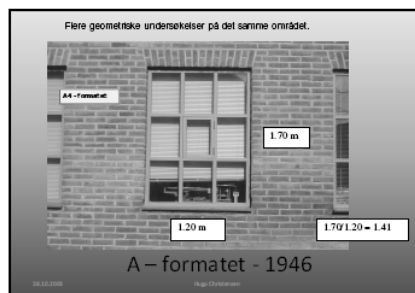
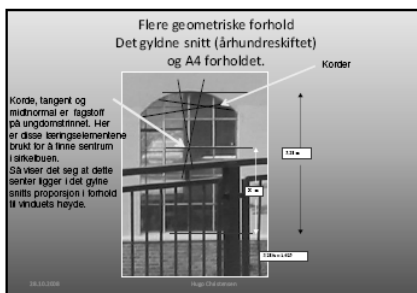
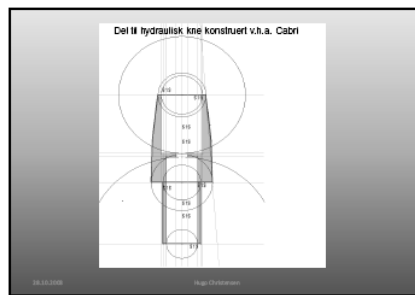
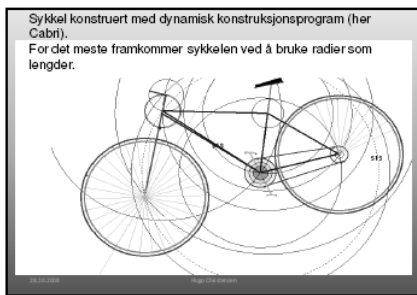
Undersøking, oppdagelser og utvikling i bremsesystemer



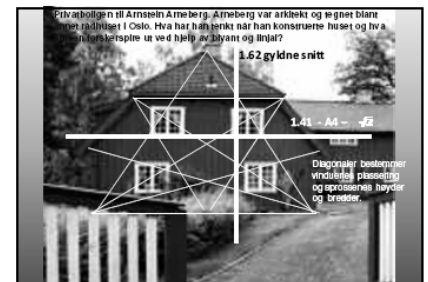
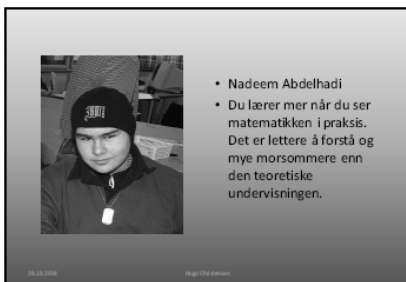
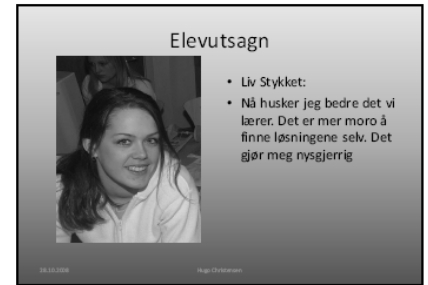
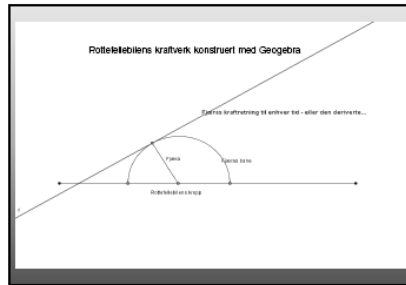
- Klær du å tegne kraftoverføringer for disse ulike bremsesystemene?
- Hvorfor kom ingen på å lage V-bremsen på 60-tallet, den er jo mest effektiv og lettest å produsere?

## Måling, tegning og konstruksjon









# Presentasjon av et observasjonsverktøy for matematikk i barnehagen

**Ved Tone Dalvang**

## Undertittel

- M – matematikken
- I – individet som utvikler sin matematikk
- O – omgivelsene som gir barnet matematiske erfaringer og støtter barnet i dets matematiske utvikling

## Beskrivelse

Observasjonsarket og den delen som er knyttet til geometri er utgangspunktet. Forslag til aktiviteter tilknyttet observasjonspunktene blir presentert.

## Forarbeid

Observasjonsark og håndbok finnes på presentasjonen.

## Matematikk i fokus

### Geometri

"Barnet anvender hele kroppen og alle sansene for å utvikle sine begreper om rom og form. De sparker, kryper, går, løper, hopper, samtidig som de også kan gå under, over, oppi, rundt og igjennom ting. De ser, smaker og kjenner på lekene sine når de undersøker formen på dem. Barna utforsker avstand og retning ved å forflytte seg i rommet.

Når vi snakker om geometri, tenker mange på former som sirkel, trekant, kule og terning. Dette er bare en del av geometrien. Andre viktige elementer er posisjon, mønster og orden. I observasjonsskjemaet er geometrien delt inn i G1 – Form og posisjon, og G2 – Mønster og orden." (Davidsen m.fl., 2008)

## Utstyr

Ingenting.

## Aktivitet/Opplegg

### Voksnes tilretteleggelse på barnas premisser

I barnehagen er det mange muligheter for å legge til rette slik at alle barn får matematiske erfaringer og støtte i sin matematiske utvikling. Gjennom observasjon av matematikken i MIO vil du få en hjelp til å forstå barnas mestring, delvise mestring og mangel på mestring. «Barn har størst utbytte av matematiske aktiviteter når disse får gjøres i en atmosfære preget av frihet, og ikke som trening av isolerte ferdigheter eller rutinepregede øvelser» (Magne, 2003). Med andre ord er det fint når matematikklæringen har basis i barnas lek og utforskning.

I Rammeplanen presiseres den voksnes væremåte i møte med barna som å lytte, å være oppmerksom og støttende, styrke nysgjerrigheten, resonnere og undre seg sammen med, gi impulser, legge til rette for, og være bevisst egen språkbruk. Denne innfallsvinkelen er den samme om det legges til rette for at barna skal få erfaringer med problemløsning, former, rom eller tall og telling.

Sterkt knyttet til Vygotskys teori er begrepet «det støttende stillas»: «Det som

barnet kan utføre i dag i en samarbeidssituasjon, kan det utføre selvstendig i morgen.» (Vygotsky i Linden, 1992, s. 11). Et «støttende stillas» betyr å støtte barnet i forkant av en aktivitet som det nesten får til selv. Etter hvert går barnet fra å nesten mestre til å mestre – og «stillaset» er unødvendig. «Stillaset» kan trenge på nye områder og være i stadig bevegelse rundt barnets læring. Å hjelpe barn ved å gjøre tingene for dem er ikke å fungere som «stillas», det er å gjøre barnet avhengig av hjelp. Helene må få mange og ulike anledninger til å telle, for at hun kan øve seg i telleramsen. MIO kan hjelpe deg til å komme nærmere en forståelse av når barnet ikke mestrer, når det delvis mestrer, og når det mestrer alene. MIO hjelper deg med andre ord til å vite når ditt nærvær er viktig, og når du kan trekke deg litt tilbake og la barnet klare aktiviteten på egen. (Davidsen m.fl., 2008)

### **Litteratur/leseforslag**

Davidsen, Løge, Lunde, Reikerås og Dalvang, 2008; MIO, Matematikken – Individet – Omgivelsene, Håndbok og observasjonsark. Forum for matematikkmestring og Aschehoug.

## GEOMETRI – EKSPERIMENTERING OG UTFORSKNING

### Romlegemer – sammenligning

Ved Arvid Hagen

#### Beskrivelse

Klassetrinn: 9. og 10. klasse. Samarbeidsoppgave. Gruppestørrelse 3-4 elever.  
Opplegget går ut på å utforske ulike romlegemer, kule, sylinder og prisme.  
Øve elevenes evne til å vurdere og sammenligne størrelser og bruke ulike benevninger – liter,  $\text{cm}^3$ ,  $\text{dm}^3$ ,  $\text{cm}^2$ ,  $\text{dm}^2$ . Videre utfordre elevene på hvordan finne overflate og volum til de forskjellige romlegemene.

#### Faglig innhold

Grunnleggende geometri. Problemløsning og modellering. Kunne/repetere/lære formlene og kunne bruke de i beregning av omkrets, areal og volum. Bruke hensiktsmessige enheter i praktiske situasjoner.

#### Utstyr

Fotball, håndball, sylinder og prisme. Håndballen, sylindren og prismet bør ha nokså likt volum. Linjal, snor, kalkulator og eventuelt et formelark.

#### Aktivitet



**Oppgave: Sammenlign gjenstandenes volum og overflate.**

#### Oppgave 1

Studer gjenstandene.

Hvor mange liter vann tror dere hver av gjenstandene kan romme? Plasser de etter størrelse.

Gjenstand \_\_\_\_\_  
Volum \_\_\_\_\_

**Oppgave 2**

Hvordan vil dere gå fram for å beregne volumene?

**Oppgave 3**

Beregn hvor mye vann hver av gjenstandene kan romme.  
Bruk ytre mål og se bort fra tykkelsen på veggene.

---

Fotballen

---

Håndballen

---

Sylinderen

---

Prismet**Oppgave 4**

Hvor mange % større er volumet av fotballen enn håndballen?

**Oppgave 5**

Vurder om håndballen, cylinderen eller prismet har størst overflate?

**Oppgave 6**

Drøft hvordan dere skal finne overflatene og regn ut.

---

Fotballen

---

Håndballen

---

Sylinderen

---

Prismet**Oppgave 7**

Hva er forholdet mellom overflaten av håndballen og cylinderen?

**Oppgave 8**

Hvor høy vil cylinderen bli om den hadde samme volum som fotballen?

Lykke til!

**Tips til læreren**

En fordel om håndballen, cylinderen og prismet har nesten like store volum.  
Formelark til hjelp for de som strever. Formlene for kule kan være ukjente og må da oppgis.

## Formelark

**Sirkel**

$$\text{Omkrets} = 2 \pi r$$
$$\text{Arealet} = \pi r^2$$

**Prisme:**

$$\text{Volum} = l * b * h$$
$$\text{Overflate} = 2 * l * b + 2 * l * h + 2 * b * h$$

**Sylinder:**

$$\text{Volum} = \pi r^2 h$$
$$\text{Overflate} = 2 \pi r^2 + 2 \pi r h$$

**Kule:**

$$\text{Volum} = \frac{4}{3} \pi r^3$$
$$\text{Overflate} = 4 \pi r^2$$

## Geometriverksted

### Utforskning av 2- og 3 dimensjonale figurer

Ved **Therese Hagfors**

#### Beskrivelse

Vi har jobbet verkstedpreget i aldersblandede grupper, 3. og 4. klasse. Vi har jobbet med 2- og 3 dimensjonale figurer i 3 forskjellige verksteder.

1. Jovobrikker (3 dimensjonal)
2. Papirrør og blomsterpinner (3 dimensjonal)
3. Bortnyikbilder og tesselleringsbrikker (2 dimensjonal)

#### Forarbeid

Elevene og lærerne må helst ha vært med på verkstedarbeid slik at de vet noe om den arbeidsformen. (Se vedlegg 1)

Elevene må ha jobbet litt med geometri slik at de kan navnene på kvadrat, trekant og rektangel.

1. Jovobrikker – må ha nok Jovobrikker slik at alle elever får til å bygge.
2. Papirrør og blomsterpinner - Papirrør må lages hvis man ikke bare bruker blomsterpinner. Det er veldig lett å lage papirrør. Man ruller A4-ark (den lange siden av arket) hardt rundt en strikkepinne, så setter man lim på de siste 5 cm av arket for å få det til å bli et rør. Når limet har tørket så setter du hull i endene. Du bruker splitbinders for å feste rørene med hverandre. Blomsterpinner og strikk kjøptes inn.
3. Bortnyikbilder og tesselleringsbrikker - Vi kopierte opp ark med ferdige figurer. Som elevene kunne fargelegge og klippe ut. (se vedlegg 2) Vi hadde også farge ark med figurer på. Vi brukte svart A4 kartong til å lime bildene på. Tesselleringsbrikkene hadde vi på skolen.

#### Matematikk i fokus

Det faglige fokuset har vært geometri, 2- og 3 dimensjonal.

- Vi ville at elevene skulle vite forskjellen på romfigurer og planfigurer.
- Vi ville at de skulle kunne forklare kant, hjørne, sideflate og vinkler (rettvinkel, stump og spiss)
- Navn på planfigurer: femkant, sekskant, kvadrat, rombe, rektangel, parallelogram, likesidet trekant, likebeint trekant, rettvinklet trekant og trapes
- Romfigurer med egne navn: pyramide (kvadratisk og trekantet pyramide), rett prisme, platonske legemer (tetraeder, kube og oktaeder)

#### Utstyr

Jovobrikker, papirrør, splitbinders, blomsterpinner, strikk, svarte A4 ark (kartong), sakser, lim, kopierte ark med figurer på.

## Aktivitet/Opplegg

Vi brukte 2x 60 minutter 1 dag/uke. Elevene ble delt inn i 3 grupper. Vi var 8 elever i hver gruppe og 1 lærer per gruppe.

Vi hadde felles introduksjon, der vi lærere hadde 10 min hver gang, der vi på forhånd hadde bestemt hva vi skulle ha fokus på.

1. gang: Forskjellen mellom 2-dimensjonal og 3- dimensjonal.
2. gang: Hjørne, kanter, sideflater og vinkler. Hva er forskjellen  
Navnene på de forskjellige trekantene – likesidet, likebeint og rettvinklet trekant.
3. gang: Navnene på de forskjellige figurene og om de var 2- eller 3-dimensjonale.  
Rombe – Hva for figur hva en rombe lagd av og hva kjennetegner den?  
Parallelogram – Hvilken figur er det? Hva kjennetegner den?  
Trapez – Hvilken figur er det? Hva kjennetegner den?  
Tetraeder – Hvilke figurer består den av? Hvor mange sideflater?  
Kube – Hvilke figurer består den av? Hvor mange sideflater?  
Oktaeder – Hvilke figurer består den av? Hvor mange sideflater?

Etter felles introduksjonen gikk gruppene til det verkstedet de skulle være på denne dagen.

1. Jovobrikker – se vedlegg 2 for detaljert opplegg
2. Papirrør og blomsterpinner – se vedlegg 3 for detaljert opplegg
3. Bortnyikbilder – se vedlegg 5 for detaljert opplegg

## Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Vi oppdaget at det var veldig viktig å være streng med tiden. Ellers forsvinner matematikken i klipping, liming og bygging.

Man må også som lærere være veldig bevisst i forhold til det matematiske geometrispråket. Det er veldig lett at vi lærere snakker matematikk og bruker de rette begrepene, men det er kjempeviktig at vi presser elevene til å bruke geometrispråket. Det er de som skal lære seg begrepene ikke vi. Vi erfarte at elevene benytter seg i liten grad av det matematiske språket derfor blir lærerens samtalerolle veldig viktig. Hvis elevne sa "jeg har bygget med firkanter" så spurte vi: "hva heter denne firkanten da?". Likens når de skriver i verkstedboka. Da må vi passe på at de har brukt det matematiske språket.

I verkstedpedagogikk er det en etterbehandlingsfase – den bestemte vi at vi skulle ta i hver våres klasse. Vi skal bruke dagligdagse emballasje og se hvis elevene klarer å beskrive emballasjen med så mange egenskaper som mulig (former, vinkler, sideflater). Så skal vi også bruke matematikkboka til å gjøre "vanlige" bokoppgaver.

## Litteratur/leseforslag

"Utvikling av geometrisk kompetanse gjennom verkstedarbeid" LAMIS skriftserie

"Matematikkverksted" av Ragnhild Efskin Infovest Forlag



## Vedlegg 1

### **Viktige verkstedprinsipper:**

- Utvikling av en solid begrepsforståelse vektlegges gjennom konkret handling og sanselige erfaringer, kombinert med muntlig og skriftlig bruk av språket.
- Læring skjer gjennom aktivt samspill og samtale med medelever og lærere

### **Verkstedøktene organiseres i ulike faser:**

**Erfarings- og arbeidsfase;** som rommer både lek, erfaring, arbeid og samtale med enkeltelever og grupper.

**Felles samtalefase;** som oftest felles oppsummering for hele gruppen med lærer som bindeledd, men som kan foregå mellom par av elever.

**Tegne- og skrivefase;** i elevenes verkstedbøker skriftliggjøres arbeidet og lærer støtter opp etter behov.

**Etterbehandlingsfasen;** foregår som regel på en annen dag, som en frittstående "time" hvor tilegnede geometriske begreper forsterkes og aktiveres i form av passende kroppslige eller muntlige/skriftlige aktiviteter.

## 1. Oppgaver med JOVO brikker:

### Introduksjon - 20 minutter med fritt byggende.

Timen starter med at alle elever gjør seg kjent med materiellet og får bygge fritt i 20 minutter. Men elevene må be om brikker gjennom å bruke navn på formene.

Lærer snakker matematikk med elevene når de jobber i gruppene; stiller spørsmål som:

- Hva gjør dere?
- Jobber dere to- eller tredimensjonalt nå? Forklar hvorfor
- Hvor mange sideflater har denne figuren? Pek mens du teller
- Kan du peke på og fortelle meg hvor mange kanter denne figuren har?
- Hva er forskjellen på kant og hjørne?
- Hva slags type vinkel har hjørnene? Spiss, stump eller rettvinklet?
- Hvor mange sideflater møtes i hjørnene?

### Erfarings- og arbeidsfase - 30 minutter med utforskende oppgaver:

Disse oppgavene ligger på egne ark slik at elevene kan jobbe i par men i eget tempo.

#### 1. Bruk bare trekanter

- Lag så mange forskjellige romfigurer dere kan ved å bygge med bare trekanter.
- Kan dere bygge noen hvor like mange sidekanter møtes i alle hjørnene?
- Spar på figurene dere har laget.

#### 2. Bruk kvadrater og trekanter

- Lag romfigurer med trekanter og kvadrater.

#### 3. Bruk bare kvadrater

- Lag en romfigur hvor alle sideflatene er like store
- Prøv å lage andre romfigurer ved bare å bruke kvadrater

### Felles samtalefase - 20 minutter

Etter økten med fritt byggende, må elevene vise og fortelle hverandre om en av romfigurene de har laget; hva slags figurer de 3D-figurene er satt sammen av og andre egenskaper, støtte de på noen vanskeligheter? Elevene oppfordres til å bruke flest mulig matematiske begreper når de forklarer.

### Tegne- og skrivefase – 30 minutter

I verkstedboka forteller elevene kort om dagens verksted:

- Hvilken ukedag og dato?
- Hva har du gjort i dag?
- Beskriv hvilke figurer du brukte for å lage noen av romfigurene dine.
- Elevene skal også tegne noen av romfigurene de har bygget i den utforskende delen.

## Vedlegg 2

### **2. Papirrør og blomsterpinner:**

#### **Introduksjon – 10 minutter**

Elevene får en kort innføring i hvordan man fester papirrørene med hverandre med hjelp av splitbinders. En kort gjennomgang av vinkler, og navnene på figurene.

#### **Erfarings – og arbeidsfase – 40 minutter**

Elevene får i oppgave og bygge romfigurer. Vi lærere har laget pappmodeller av de platonske legemene som elevene skal bygge med hjelp av papirrør og blomsterpinner og strikk.

#### **Samtalefase – 20 minutter**

Elevene får forklare hva de har bygget og hvordan de har bygget det. De må prøve å bruke de rette navnene på figurene sine.

#### **Tegne- og skrivefase 40 minutter**

Elevene får et skjema som limes inn i verkstedboka (se vedlegg ). På det noterer seg elevene kjennetegn og egenskaper på de platonske legemene etter hvert som de utforsker dem. Den første figuren utforskes og fylles ut i skjema i fellesskap. Videre utforskning foregår i smågrupper.

## UTFORSKENDE OPPGAVER PÅ ROMFIGURENE (PLATONSKLE LEGEMER)

Nå skal du utforske noen av figurene dere har bygget på stasjonen. Finn figurer som har så mange sideflater som angitt i skjemaet under. Jobb to og to. Diskuter før dere fyller inn svarene.

Platonske legemer	Antall sideflater	Tegn det du har bygget	Hvilke figurer består din romfigur av?	Antall sideflater som møtes i hjørnene	Antall kanter	Mål kantene med en linjal	Vinklene er de: Rette, stumpe eller spisse?
Tetraeder	4						
Oktaeder	8						
Kube Terning Heksaeder	6						

## Vedlegg 4

### 3. Bortnyikbilder

#### 20 minutter med gjennomgang av figurnavn

Vi brukte brikker med alle 2 dimensjonale figurer. Så fikk elevene beskjed om å ta en bestemt figur fra boksen; rombe, parallelogram, likebeint trekant, rettvinklet trekant osv.

Etterpå fikk elever forklare for de andre hvilken figur de hadde tatt fra boksen uten at de andre elevene fikk se hvilken figur de tok. Så måtte medelevene gjette hvilken figur det var.

#### Introduksjon

Læreren viser bilder av Bortnyik (en hungarsk kunstner som bare brukte geometriske figurer i sine bilder) og forklarer at elevene skal få lage hver sitt eget bilde. Viktig å poengtere at elevene må være nøye når de klipper ut sine figurer.



## Vedlegg 5

### **Erfarings- og arbeidsfase – 40 minutter**

Elevene klipper og limer på figurer på sitt svarte A4 ark. Læreren går rundt og samtaler med elevene og hvilke figurer de har brukt og hvordan de har tenkt seg at bildet skal bli. Se vedlegg 6.

### **Tegne- og skrivefasen - 20 minutter**

I verkstedboka forteller elevene kort om dagens verksted:

- Hvilken ukedag og dato?
- Hva har du gjort i dag?
- Beskriv hvilke figurer du brukte for å lage bildet ditt.
- Elevene skal også tegne noen av figurene de har brukt.

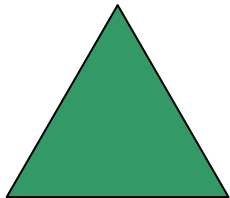
### **Samtalefasen – 20 minutter**

Elevene i denne gruppa for framføre sine kunstverk for alle grupper. Da er det viktig at de forteller hva bildet heter og hvorfor, hvilke figurer de har brukt og om de støtte på noen vanskeligheter.

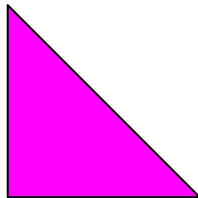
Vedlegg 6

**Forslag til figurer på Bortnyik stasjonen:**

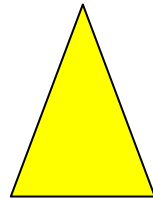
**Likesidet trekant**



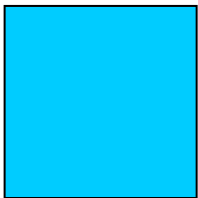
**Rettvinklet trekant**



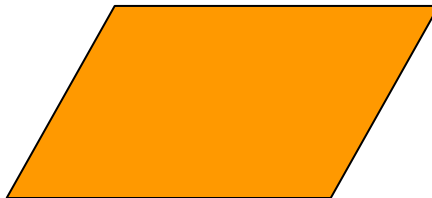
**Likebeint trekant**



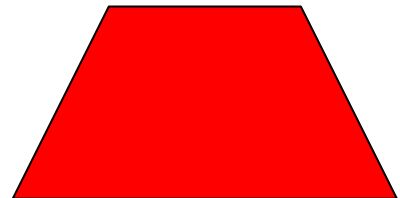
**Kvadrat**



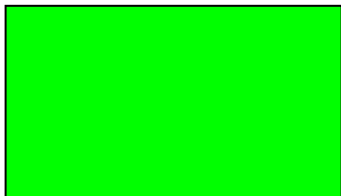
**Parallelogram**



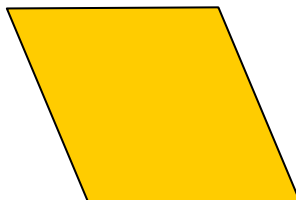
**Trapes**



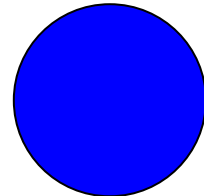
**Rektangel**



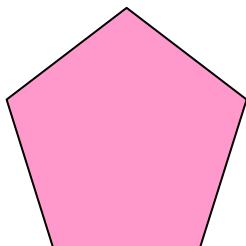
**Rombe**



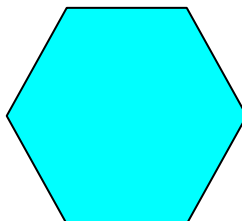
**Sirkel**



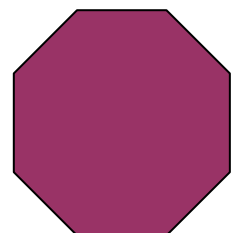
**Femkant**



**Sekskant**



**Åttekant**



Figurene er laget på PC med "autofigurer".

## Spill for å øke forståelsen for størrelsen av en brøk og forholdet mellom brøk og desimaltall

**“Nærmest 4, men ikke over....”**

**Av Svein Anders Heggem**

### Beskrivelse

Jeg presenterte denne aktiviteten med “en harelabb” ifjor som en av fire aktiviteter for økt forståelse av tall. Noen av tilbakemeldingene gikk ut på at det hadde vært ønskelig å konsentrere seg om en aktivitet på en slik stand fremfor å bare antyde innholdet i flere. Her presenterer jeg derfor et spill hvor man kan bruke terninger eller spillkort. Spillet egner seg for 7.-10. trinn.

### Forarbeid

Det er ikke så mye man trenger å gjøre av forarbeid, men jeg har rigget meg til med to kroker eller to skruer med litt over 4 meters avstand i et klasse- eller grupperom og har gjerne en vegg eller tavle som bakgrunn

Dessuten: Ta en kort repetisjonsrunde om bruk av minnetasten på lommeregneren

### Matematikk i fokus

Denne aktiviteten dreier seg om forholdet mellom størrelser på brøk- og desimaltallformen. Dette er et enkelt spill å bruke i undervisningen med mange variasjonsmuligheter avhengig av hva man har som tema

### Utstyr

Ei snor eller et tau på ca. 5 meter, klesklyper, noen lapper og “lærertyggis” (event. klistre-etiketter), lommeregner, tavlelinjal, terninger eller spillkort, blyant og papir.

### Aktivitet/Opplegg

Organiser elevene i grupper på 2, 3 eller 4. Terninger som viser siffer (2 stk) eller spillkort (1-10). Spilleren kaster terningene eller trekker 2 kort. Viser eksempelvis terningene 3 og 4, kan man velge 4 / 3-deler (1,33) eller 3 / 4-deler (0,75). Eleven skal slå tallene inn på lommeregneren og skrive desimaltallverdien inn i skjema, lagre det på lommeregneren sin og flytte klesklypa si på snora. Så: Neste spiller... Stopp gjerne elevene opp etter en runde og bevisstgjør dem: “Hvilke tall fikk du?” “Hva hvis du hadde byttet dem og valgt motsatt?” “Hvordan ligger du an?”

“Neste runde skal du si hva du tror du får etter at du har slått inn tallene på lommeregneren, men før du slår på likhetstegnet...!”

Spiller 1:	Spiller 2:
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Sum:	



**Tips til læreren/variasjonsmuligheter**

Dette er et spill som kan brukes med mange varianter

**Litteratur/leseforslag**

"Et ess i ermet, matematikk med en kortstokk" av Svein H. Torkildsen har vært til inspirasjon....., men jeg tror ikke jeg har spillet fra ham

## Symmetri på 2. trinn

**Lære om symmetri ved å løse oppgaver praktisk for å få en bedre forståelse av begrepet.**

**Ved Marianne Herland**

### Beskrivelse

Eleven får kjennskap til begrepet symmetri og speiling på flere måter.

1. De legger tau i symmetrisk mønster på begge sider av en teipet strek på gulvet.
2. Elevene legger et halvt perlebrett og bruker speil for å tydeliggjøre symmetri i bildet. Legger deretter den andre halvparten av perlebrettet.
3. Tegner deretter symmetrimønstre i en rutebok og overfører kunnskapen fra det konkrete til det halvkongrete.

### Forarbeid

Elevene sitter i ringen og snakker om hva de forbinder med symmetri. Her henter en frem forkunnskapen til elevene. Alle barn har malt bilder som de deretter har brettet. Forkunnskapen bygges det da videre på og elevene får oppdrag de skal utføre i grupper.

### Matematikk i fokus

Kompetansemål etter 2. trinn i geometri sier at elevene skal gjenkjenne og bruke speilsymmetri i praktiske situasjoner. De skal også lage og utforske enkle geometriske mønstre og beskrive dem.

### Utstyr

Teip, tau, perlebrett, perler, rutebok, farger.



### Aktivitet/Opplegg

1. Elevene får i oppdrag å teipe en rett strek på gulvet. De skal deretter legge to taustumper slik at de danner speilsymmetri med teipen som symmetriakse/brettelinje.
2. Elevene legger et halvt perlebrett i et ordnet mønster. De bruker speil til å se hvordan mønsteret skal se ut når brettet er ferdig. De legger deretter den andre halvparten av brettet.
3. Elevene tegner et mønster i rutebok og bruker det de har sett/erfart fra pkt. 1. og 2. til å lage et symmetrisk mønster.
4. Samle elevene i ringen for å snakke om det de har lært/erfart.

### Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Det er viktig at elevene forklarer for hverandre hvordan de har tenkt og hva de har gjort for å få frem det rette mønsteret. Da bruker elevene de rette matematiske begrepene på dette feltet.

Elevene kunne bruke kroppene sine for å danne symmetri på begge sider av teipen. En elev kunne lagt seg ned i en formasjon som en annen skulle herme etter.

Bygging av ulike typer klosser på begge sider av en teip i symmetrisk mønster.



## Geometri på ungdomstrinnet

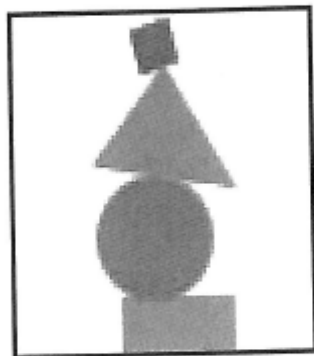
**Ved Tonje Hofsøy**

Denne aktiviteten blir brukt i innledningsfasen til geometri på ungdomstrinnet.

### Oppgave

Utstyr: Målbånd og linjal

Velg minst 4 geometriske figurer. Regn ut areal/overflate, omkrets eller volum. Bruk figurene som er satt ut eller se deg rundt på basen.

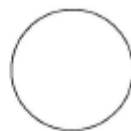


Denne aktiviteten brukes i arbeids kttimer på elever som behersker geometri på norsk. Elevene har pratet og skrevet rundt disse figurene.

### Shapes and figures



Square



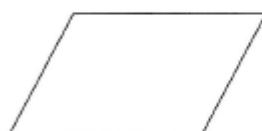
Circle



Rectangle



Rectangular  
(square)triangle



Parallelogram



Equilateral triangle



Trapezium









Rhombus



REALFAGSPROSJEKTET I TROMSØ

Denne oppgaven brukes litt ut i geometriemnet, litt for trening og litt for å øke forståelsen av de ulike figurene.

Antall brikker						
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						

#### TANGRAMOPPGAVER!

- 1) Sett navn på og beskriv (med presise matematiske uttrykk) alle figurene som står på første rad i tabellen
- 2) Prøv å lag forskjellige geometriske figurer med hjelp av tangrambrikkene
- 3) Merk av i tabellen hvilke figurer som dere kan lage med 1, 2, 3, 4, 5, 6, eller 7 brikker. Klarer dere å lage flere kombinasjoner av brikker til samme figur? Eks trekanter kan lages på mange forskjellige måter av brikkene.

## Kreativ matematikk ~ forming og geometri

- **Demonstrasjon av nettstedet Matematikk i kunst og håndverk**
- **Utstilling av noen eksempler der geometrien har vært inspirasjonskilden**

**Ved Anne-Gunn Svorkmo og Anne Mari Jensen**

### Beskrivelse

Nettsiden [www.matematikksenteret.no/matematikkogkunst](http://www.matematikksenteret.no/matematikkogkunst) er utarbeidet av Anne-Gunn Svorkmo ved Matematikksenteret og Lena Trygg ved Nationellt Centrum för Matematikutbildning (NCM) i Sverige.

Hovedideen bak nettsidene:

Uansett hva vi gjør i kunst og håndverk, uavhengig av hvilke teknikker og materiale som brukes, er matematikk nesten alltid nærværende. Ikke alle elever kjenner til den sterke koblingen mellom disse to fagene. Derfor er det viktig å gjøre matematikken i kunst og håndverk mer synlig.

### Aktivitetene på nettsidene er sortert under fire hovedoverskrifter:

- Matematikk som et verktøy for beregninger i kunst og håndverk
- Arbeider i kunst og håndverk som konkretiserer matematiske ideer og begreper
- Pedagogisk materiell som kan lages i kunst og håndverkstimene
- Matematikk som kan forklare skjønnhet, mønster og symmetrier i kunst eller i formingsprodukter

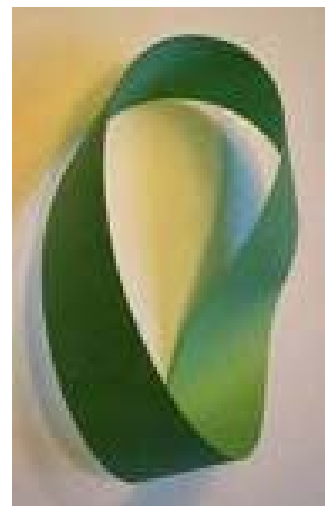
### Matematikk i fokus

Vi bruker ideer fra geometrien og overfører disse til tekstil og garn.

### Litteratur/leseforslag

På nettsidene finnes en egen lenke med litteraturhenvisninger.

### Möbiusbåndet kan strikkes:





**Og bevis for Pytagoras' setning kan lages i lappeteknikk:**





## **Flater og rom**

### **Undervisningsopplegg for Vg1 yrkesfaglig matte**

**Ved Maria Johansen**

#### **Beskrivelse**

Et opplegg beregnet for ca 3 uker for elever som lærer best av å jobbe praktisk. Elevene lager en prosjektmappe som inneholder ulike oppgaver de har løst knyttet til leiligheter, beregning av flater og volum, innredning og utforming.

#### **Forarbeid**

Underveis i perioden gis det korte, små oppfriskningskurs i enheter, areal og omkrets samt volum. Det er forventet at elevene har de fleste kunnskapene på forhånd da det aller meste er repetisjon fra ungdomsskolen.

#### **Matematikk i fokus**

Opplegget er bygd opp rundt fagmålene som omhandler enheter, areal, omkrets og volum. De er forsøkt fordelt på 3 ulike karakternivåer slik at elevene på forhånd er klar over hvilke krav som stilles til de ulike karakternivåene.

#### **Utstyr**

Dette er veldig opp til hver enkelt elev; noen gjør minimalt ut av oppgaven mens andre bruker en del tid på internett og i interiørforetninger for å finne vareprøver og bilder av interiør. I utgangspunktet trengs ikke noe utover vanlig mattebok og kladdeark, innleveringsoppgaven trenger ikke være på data.

#### **Aktivitet/Opplegg**

Se eget ark som følger med. Dette blir delt ut til hver enkelt elev.

#### **Tips til læreren/variasjonsmuligheter**

Videreføring: her kan man trekke inn budsjett og regnskap ved å innrede og pusse opp leiligheter. Man kan også trekke inn tverrfaglige emner spesielt med Design og Håndverk.

#### **Litteratur/leseforslag**

Læreboka det er lagt opp til og henvist fra er Sinus fra Cappelen.

# FLATER OG ROM



**Navn:** ..... **Gruppe:** .....

## Litt om oppgaven



**Fagm lene knyttet til oppgaven:**

- løse praktiske problem som gjelder lengde, areal og volum
- bruke varierte måleenheter og måleredskaper, og analysere og drøfte presisjon og målenøyaktighet
- tolke og framstille arbeidstegninger og skisser knyttet til yrkesliv og arkitektur

Trinn 1 - gjengi	Trinn 2 – gjengi og forstå	Trinn 3 – gjengi, forstå og vurdere
<b>Elevene skal kunne:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- lage enkle arbeidstegninger</li> <li>- bruke begrepene kvadrat, rektangel, trekant og sirkel</li> <li>- beregne areal til kvadrater og rektangler</li> </ul>	<b>Elevene skal kunne:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- lage arbeidstegninger samt hente informasjon fra eksisterende arbeidstegninger</li> <li>- gjøre enkle omkrets- og arealberegninger med kvadrater, rektangler, trekanter og sirkler</li> </ul>	<b>Elevene skal kunne:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- lage arbeidstegninger samt hente og vurdere informasjon og fra eksisterende arbeidstegninger</li> <li>- gjøre omkrets, areal og volumberegninger av ulike enkle og sammensatte geometriske figurer</li> </ul>

**Fagstoffet til oppgaven finner du i kapittel 5 og 6 i matteboka.**

- **5: Flater og rom**
- **6: Geometri og kunst**

---

## Planlegging og vurdering



**Det er viktig at du planlegger og disponerer tiden godt slik at du rekker gjennom alt og får levert i til tidsfristen.**

**Hver uke har du mulighet til å delta på kurs i disse temaene:**

- Enheter for omkrets, areal og volum
- Omkrets og areal
- Volum

**Når du skal gjennomføre de ulike arbeidsoppgavene må du velge om du skal gjøre nivå 1 (karakter 1 - 2), nivå 2 (karakter 3 - 4) eller om du vil jobbe med nivå 3 (karakter 5 - 6). Du må jobbe på det samme nivået gjennom hele oppgaven.**

**Når det blir satt karakter blir det lagt vekt på hvordan du har gjennomført de ulike arbeidsoppgavene innenfor hvert tema. Hvilket nivå du velger er selvfølgelig også av avgjørende betydning for karakteren din.**

## Arbeidsoppgaver



Lag et hefte som inneholder dette:

### 1. Forside

### 2. Skisse av leiligheten med beskrivelse

- lag en skisse/tegning av leiligheten (noter hvilken målestokk du bruker)
- lag en kort presentasjon av leiligheten der du bruker geometriske uttrykk for å beskrive rommene (eks. kvadrat, rektangel, trekant, parallellogram, sirkel)

Trinn 1	Trinn 2	Trinn 3
Velg leilighet A	Velg leilighet B	Velg leilighet C

### 3. Presentasjon av rommene i leiligheten

- lag tegning av hvert rom (noter hvilken målestokk du bruker)
- vis hvilke farger du vil bruke på vegger og gulv (du kan godt lime inn fargeprøver, tapetprøver og bilder av tepper og gulvbelegg)

Trinn 1	Trinn 2	Trinn 3
Lim inn bilder av møbler du vil bruke.	Lim inn bilder av møbler du vil bruke. Lag en prisliste for møblene i hvert rom.	Lim inn bilder av møbler du vil bruke. Lag en prisliste for møblene i hvert rom. Plasser møblene på romtegningene.

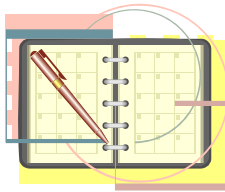
### 4. Beregninger av areal, omkrets og volum

- lag en egen side med arealberegninger
- beskriv lengden av alle vegger i rommene

Trinn 1	Trinn 2	Trinn 3
Regn ut arealet av alle rom.	Regn ut arealet av alle rom. Regn ut omkretsen på verandaen.	Regn ut arealet av alle rom. Regn ut omkretsen til verandaen. Beregn volumet av boden.

### 5. Vurdering av arbeidet og loggskjema.

## Logg



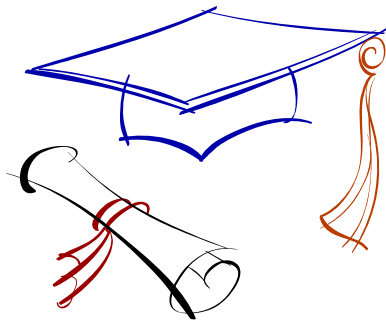
Forside	
Arbeidsbeskrivelse	Ferdig (dato)

Skisse av leiligheten med beskrivelse	
Arbeidsbeskrivelse	Ferdig (dato)

Presentasjon av rommene i leiligheten	
Arbeidsbeskrivelse	Ferdig (dato)

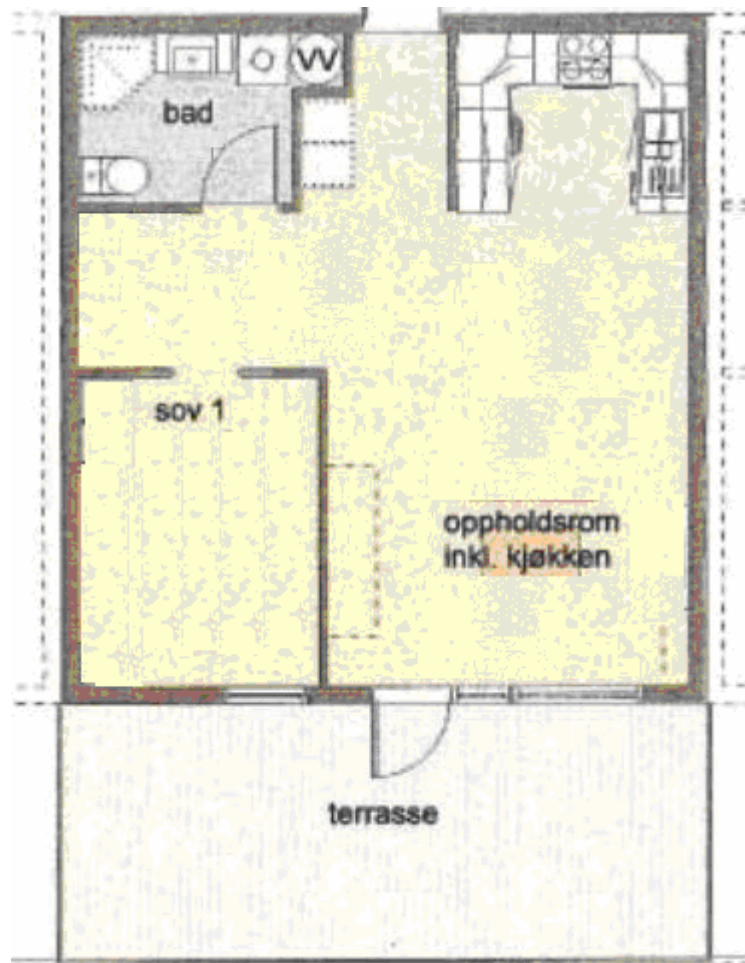
Arealberegning	
Beskrivelse av arbeidet	Ferdig (dato)

## Egenvurdering



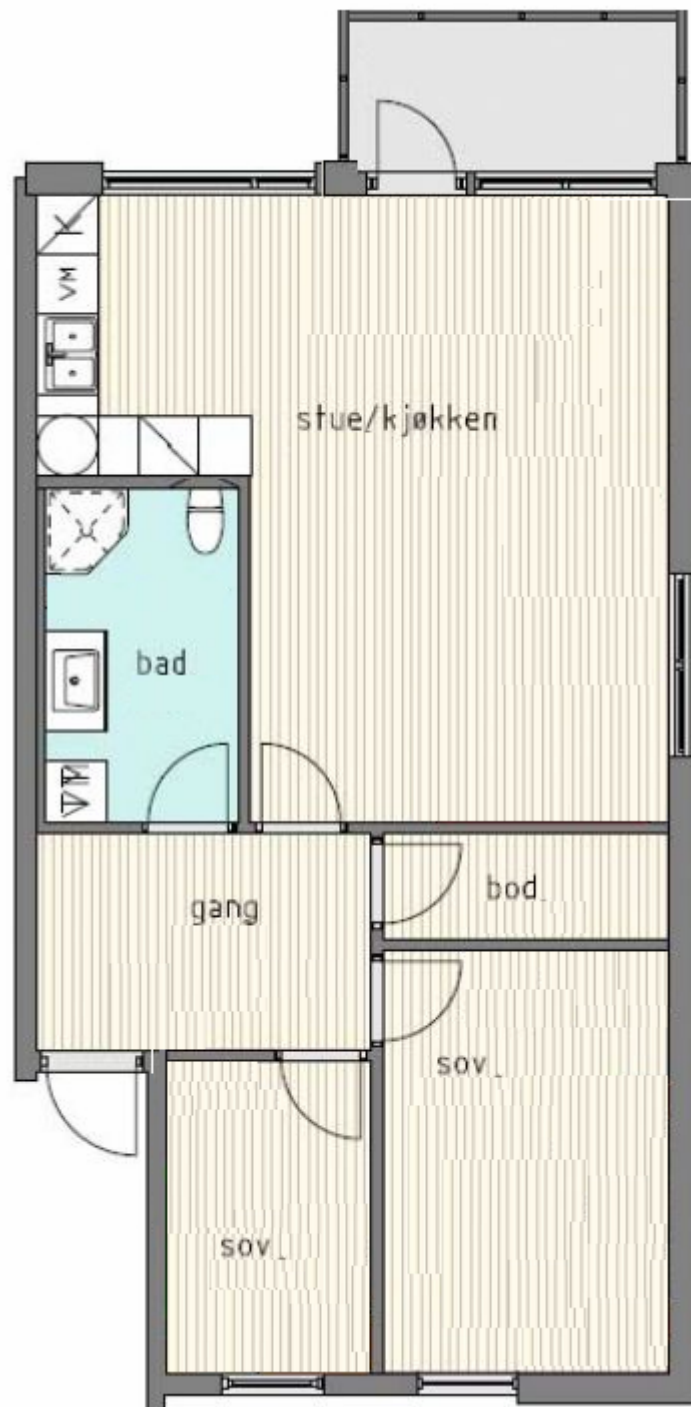
<b>Hvorfor valgte du denne oppgaven?</b>	
<b>Hvordan var din motivasjon for å jobbe med oppgaven?</b>	
<b>Hvordan synes du din arbeidsinnsats har vært?</b>	
<b>Hva er du spesielt godt fornøyd med i arbeidet du har gjort?</b>	
<b>Er det noe du ville gjort annerledes dersom du hadde muligheten?</b>	

## Leilighet A





## Leilighet B



## Leilighet C

Takhøyde 240 cm



## Trigonometriske Funksjonar 1

**Sinus, cosinus og tangens til vinklar i intervallet  $[0^\circ, 360^\circ]$  .  
Trigonometriske likningar.**

**Ved John Arild Jørgensen**

### Skildring

Me konstruerer einingssirkelen i GeoGebra. Denne vert nytta til å sjå på vinklar med same sinus, cosinus og tangens og til å løysa enkle trigonometriske likningar. Ifølgje læreplanen er dette eit opplegg som passar for R2, men ein kan med små modifikasjonar nytta det allereie på Vg1-1T.

### Forarbeid

- Definisjonen på  $\cos$ ,  $\sin$  (og  $\tan$ ).
- Einingssirkelen.
- Kvadrantar.
- Positive og negative vinklar.
- $\sin$  og  $\cos$  til vinklar mellom  $[0^\circ, 180^\circ]$ .
- Einingssirkelen kan konstruerast på førehand for å spare tid.

### Matematikk i fokus

Elevane skal, i tillegg til å løysa slike likningar for hand, få ei grafisk forståing av kva ei trigonometrisk likning er. Fleire representasjonar av matematiske begrep og samanhengar gjer ei betre forståing og kan hindra misoppfattingar!

### Utstyr

- Kalkulator/PC-kalkulator
- Datamaskin med GeoGebra installert

## Aktivitet/Opplegg

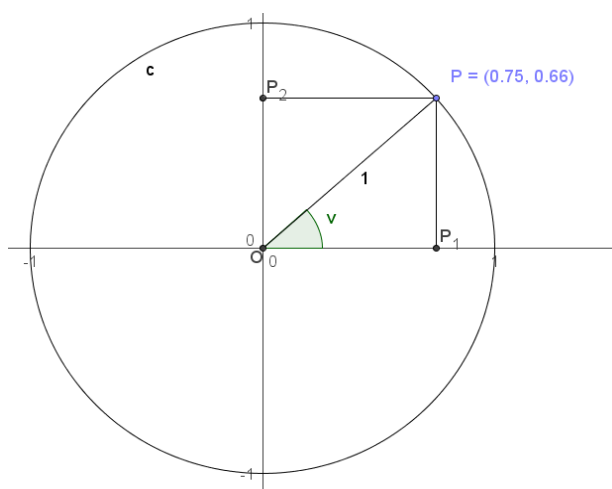
### 1. Konstruksjon av einingssirkelen i GeoGebra

#### Oppgåve

Konstruer einingssirkelen slik at ein kan finna  $\sin v$  og  $\cos v$  ved å dra i eit punkt på sirkelperiferien.

#### Tips til gjennomføring

Elevane arbeider i grupper på 2 eller 3. Vanskegraden/tidsbruken varierer ein med kor mykje hjelp dei får i arbeidet med å laga einingssirkelen. Ein kan laga sirkelen *saman* med elevane (projektor), eller elevane kan få sjå den ferdige figuren (evt med konstruksjonsforklaring) (Sjå figur).



Konstruksjonsforklaring			
Fil Vis Hjelp			
Nr.	Navn	Definisjon	Algebra
1	Punkt O	Skjæringspunktet	O = (0, 0)
2	Punkt B	Punkt på Yakse	B = (0, 1)
3	Sirkel c	Sirkel med	c: $x^2 + y^2 = 1$
4	Punkt P	Punkt på c	P = (0.75, 0.66)
5	Linje a	Linje gjennom P	a: $x = 0.75$
6	Punkt P1	Skjæringspunktet	P1 = (0.75, 0)
7	Punkt E	Skjæringspunktet	E = (1, 0)
8	Linjestykke...	Linjestykke[P, P1]	b = 0.66
9	Vinkel v	Vinkel mellom E, P	v = 41.57°
10	Linjestykke...	Linjestykke[O, P]	d = 1
11	Linje e	Linje gjennom P	e: $y = 0.66$
12	Punkt P2	Skjæringspunktet	P2 = (0, 0.66)
13	Linjestykke...	Linjestykke[P2, P]	f = 0.75
14	Tall cosi...	cos(v)	cosinus = 0.75

### 2. Einingssirkelen, sin og cos for vinklar mellom $[0^\circ, 360^\circ]$ .

#### Oppgåve 1 – Sinus til vinklar mellom $[0^\circ, 360^\circ]$

- a) Finn tre vinklar i første kvadrant ved å dra i punktet, P, på sirkelperiferien. Fyll ut dei to første radene i tabellen.

Vinkel $v$			
Sin $v$			
Vinkel $u$			

- b) Finn for kvar vinkel  $v$ , ein vinkel  $u$  slik at  $\sin v = \sin u$ . Kvar må desse vinklane ligga? Forklar det du ser. Klarer du å formulera ein generell regel?

- c) Gjer det same for tre vinklar i fjerde kvadrant. Bruk tabellen under.

Vinkel $v$			
Sin $v$			
Vinkel $u$			

## Oppgåve 2 – Cosinus til vinklar mellom $[0^\circ, 360^\circ]$

Me skal no nytta einingssirkelen til å finna tilsvarande samanhengar for cosinus for to vinklar  $u$  og  $v$ .

- a) Ta utgangspunkt i metoden me nytta i oppgåve 1 og finn døme på vinklar  $u$  og  $v$  som har same cosinus.

Tips: Lag tabellar. Utnytt symmetrieegenskapane i einingssirkelen.

## Oppgåve 3 – Tangens til vinklar mellom $[0^\circ, 360^\circ]$

Skriv inn følgande i formellinja:  $\text{tangens} = \sin(v)/\cos(v)$

- a) Sjå på forteiknet til verdien for tangens. For kva vinklar er forteiknet positivt og for kva vinklar er det negativt? Forklar resultata.

- b) Fyll ut rad 2 i tabellen under.

Vinkel $v$	30	120	250	330
Tan $v$				
Vinkel $u$				
Tan $u$				

- c) Bruk einingssirkelen til å finna vinklar  $u$  (for kvar vinkel  $v$ ) slik at dei får same tangens. Kva kan du no seie om tangens til ein vinkel  $v$ ?

## Oppgåve 4 – Trigonometriske liknignar.

- a) Finn *alle* løysingar til likningane under ved hjelp av einingssirkelen.

$$\sin v = 0,5$$

$$\cos v = -0,5$$

$$\tan v = 0,5$$

$$\sin v = -0,34$$

$$\cos v = 0,93$$

$$\tan v = -0,84$$

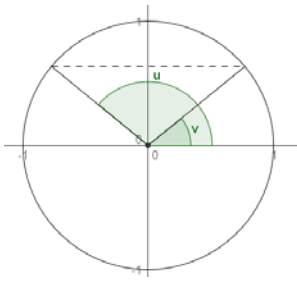
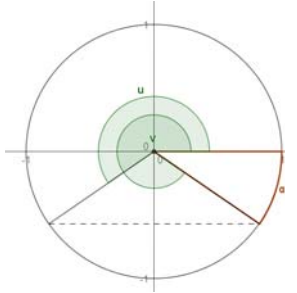
- b) Løys dei same likningane med kalkulator. Kva ser du?

## Tips til læraren/variasjonsmuligheter

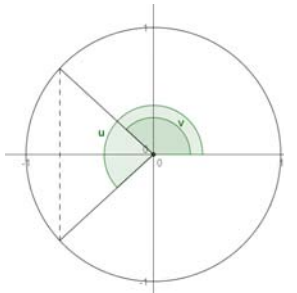
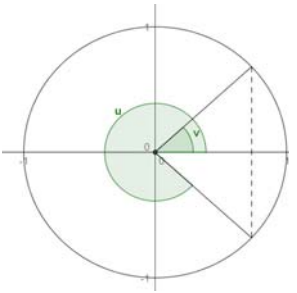
Ein må vurdere det faglege nivået til gruppa i høve til kor mykje dei sjølv skal konstruere i GeoGebra, då dette kan ta lang tid. Det primære er at dei vert kjend med dei matematiske samanhengane. Samstundes krev det matematisk innsikt å konstruere einigssirkelen! Ein kan gje det som eit arbeid *før* timen for dei som ønsker å prøva sjølv.

Det er viktig med ei oppsummering til slutt. La elevane visa kva dei har funne ut. Evt kan figuren under nyttast. Elevane skal komma med forslag til reglar.

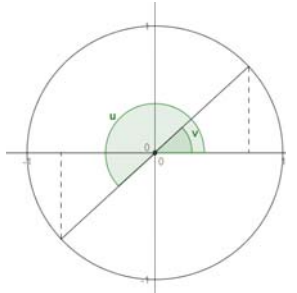
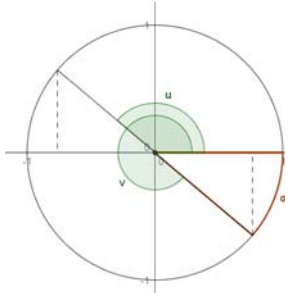
### Vinklar med same sinus

	
<b>Døme:</b> $\sin u = \sin v$ $\angle u = 180^\circ - v$	$\sin u = \sin v$ $\angle u =$ $\angle v =$

### Vinklar med same cosinus

	
$\cos u = \cos v$ $\angle u =$	$\cos u = \cos v$ $\angle u =$

### Vinklar med same tangens

	
$\tan u = \tan v$ $\angle u =$	$\tan u = \tan v$ $\angle u =$ $\angle v =$

## **Dynamisk geometri på videregående skole**

### **Bruk av dataprogrammet GeoGebra for konstruksjon og utforsking av den omskrevne sirkelen til en trekant**

**Ved Tove Kalvø**

#### **Beskrivelse**

I dette undervisningsopplegget brukes dataprogrammet GeoGebra. Ved å bruke GeoGebra kan vi enkelt undersøke egenskaper ved geometriske figurer, og raskt vise mange konstruksjoner av samme prinsipp. Her skal vi nå se på konstruksjon og utforsking av egenskaper ved den omskrevne sirkelen til en trekant.

#### **Forarbeid**

Elevene bør være kjent med det dynamiske matematikkverktøyet GeoGebra. Dette lastes gratis ned fra [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org) og kan kjøres på norsk.

#### **Matematikk i fokus**

Elevene skal konstruere og utforske den omskrevne sirkelen til en trekant. Dette er et kompetansemål for matematikk R1, Geometri, videregående skole (Studiespesialiserende utdanningsprogram, 2. Klasse)

LK06: "utføre og analysere konstruksjoner definert av rette linjer, trekanter og sirkler i planet, med og uten bruk av dynamisk programvare"

#### **Utstyr**

Foruten vanlige skrivesaker, PC med GeoGebra.

#### **Aktivitet/Opplegg**

Dette er et undervisningsopplegg for elever som har valgt matematikk R1 på videregående skole. Gjennom bruk av dynamisk geometri vil undervisningen gi muligheter for at elevene selv kan eksperimentere både med geometrisk konstruksjon og utforsking av geometriske egenskaper og sammenhenger.

Det finnes flere gode dataprogrammer som kan benyttes til formålet. To av årsakene til at jeg har valgt GeoGebra er at det er gratis og kan kjøres på norsk. Det gjør at terskelen for å ta dataprogrammet i bruk er relativt lav, både for elever og lærere. Min erfaring er at elevene arbeider godt med programmet. De finner det motiverende å kunne konstruere raskt og se mange eksempler på en geometrisk egenskap.

Videre vil jeg beskrive en aktivitet der elevene jobber med GeoGebra og den omskrevne sirkelen til en trekant. Tilsist har jeg satt inn tre figurer kopiert fra GeoGebra som passer til elevenes aktivitet. Disse deler jeg ikke ut til elevene i en undervisningssituasjon, men er her ment for dere lesere skal kunne se noen eksempler.

## AKTIVITET

Lag en vilkårlig trekant ABC i GeoGebra.

Konstruer midtnormalene på sidene i trekanten. Hva observerer du?

Kall skjæringspunktet mellom de tre midtnormalene for S.

Klikk og dra i hjørnene i trekant ABC. Hva observerer du?

Konstruer en sirkel med sentrum i S og radius lik avstanden til ett av hjørnene i trekanten. Hva observerer du?

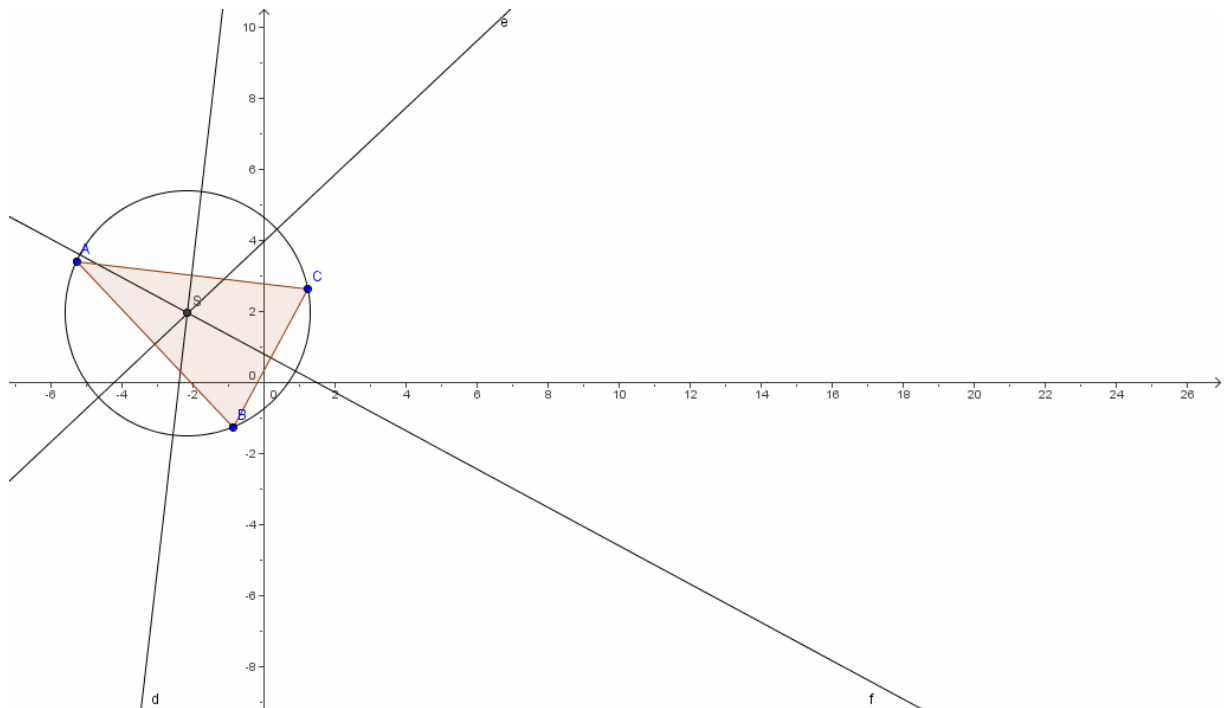
Klikk og dra i hjørnene i trekant ABC. Hva observerer du?

Undersøk hva betingelsene er for at omsenteret S skal ligge

- a) På en av sidene i trekanten
- b) Utenfor trekanten
- c) Inni trekanten

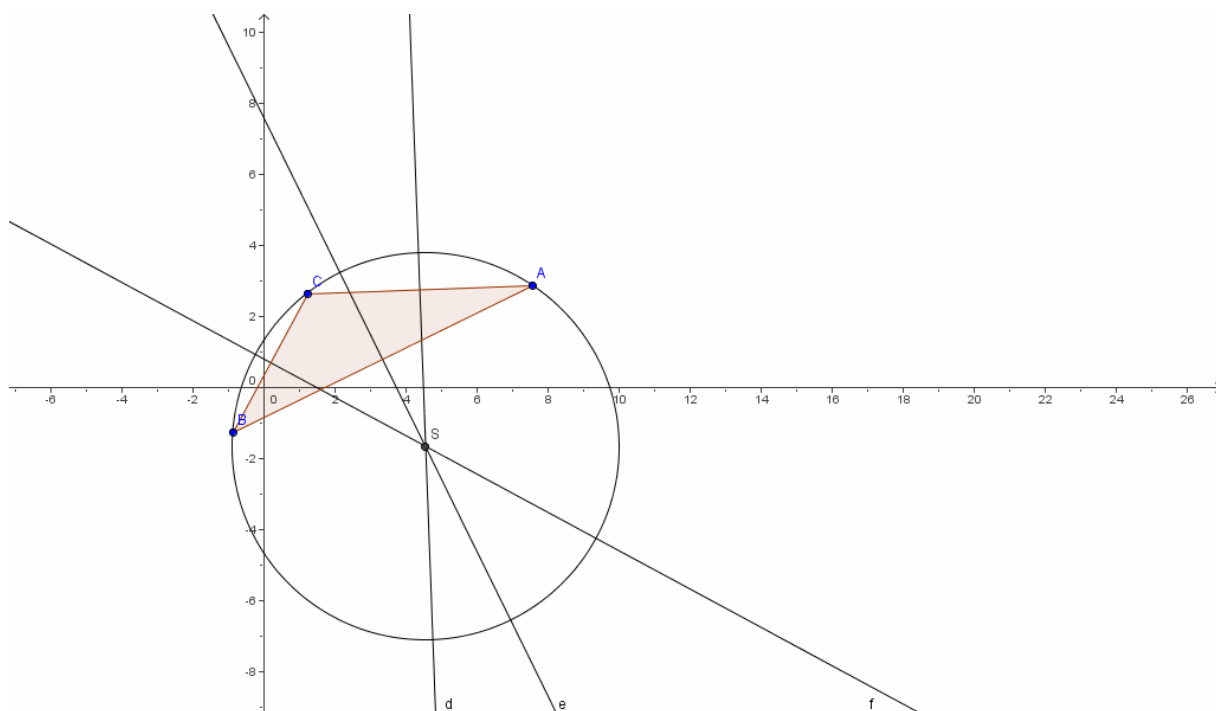
Elevenes undersøkelser gir grunnlag for påstanden:

”Skjæringspunktet mellom midtnormalene på sidene i en trekant er sentrum i den omskrevne sirkelen til trekanten. Dette skjæringspunktet kalles trekantens omsenter”.

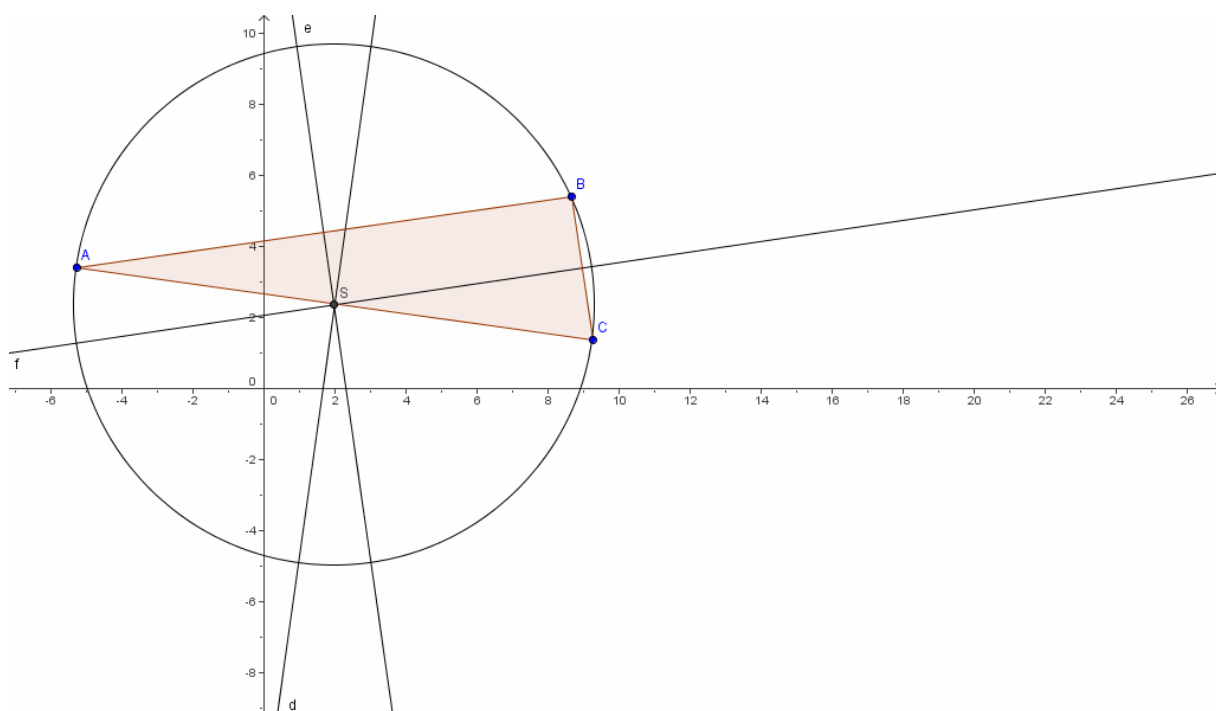


**Figur 1: Omsenter S inni trekant ABC**





**Figur 2: Omsenter S utenfor trekant ABC**



**Figur 3: Omsenter S på en av sidene i trekant ABC**

### **Tips til læreren/variasjonsmuligheter**

Elevene kan med GeoGebra videre utforske:

- Omskrevne sirkler for en firkant
- Halvveringslinjene i en trekant skjærer hverandre i et punkt; innsenteret.
- Høydene i en trekant skjærer hverandre i et punkt; -ortosenter
- Medianene i en trekant skjærer hverandre i et punkt; - tyngdepunkt

### **Litteratur/leseforslag**

[www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)

## Volum med makaroni

Ved Lisbet Karlsen

### Hvilken sylinder har størst volum?

Aktiviteten brukes ved Høgskolen i Vestfolds Besøkssenter i matematikk v/Lisbet Karlsen

#### Beskrivelse

Elevene lager to sylindere av A4-ark, en der omkretsen er langsida på arket, og en der kortsida er omkrets. Hvilken sylinder har størst volum? Hypotese først. Undersøk ved hjelp av makaroni, målebeger og /eller målebånd. Hvorfor blir det som det blir? Noen elever kan utfordres til å bevise ved hjelp av algebraiske uttrykk. Aktiviteten kan løses på ulike måter, fra en helt praktisk løsning til en helt teoretisk. Den er derfor differensierende.

#### Forarbeid

Denne oppgaven passer best på ungdomstrinnet eller på videregående. Elevene bør kjenne begrepene volum og sylinder. Dersom oppgaven skal løses teoretisk, bør elevene også kjenne begrepene  $\pi$ , omkrets, diameter og høyde, og vite hvordan de beregner volum av sylinder. For å løse oppgaven ved hjelp av algebra, bør elevene også kunne behandle formler.

#### Matematikk i fokus

Volum av sylinder

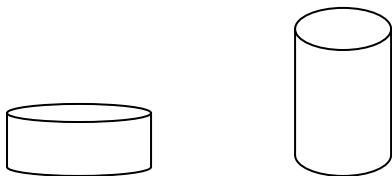
#### Utstyr

2 A4-ark til hver, tape, makaroni, litermål, kar/esker på mer enn 1 liter, målebånd.

#### Aktivitet/Opplegg

Oppgaven bør løses som et samarbeid, med grupper på 2-4 elever. Hver elev bør lage sylindere.

Be elevene lage to ulike sylindere med de 2 A4-arkene. Drøft i gruppa hvordan dette kan gjøres.



Spørsmål til gruppa:

Forklar hvor stor høyde de to sylindrene har, og hvor stor omkrets de har.

Hvilken sylinder tror dere har størst volum? (still en hypotese) Hvorfor tror dere det blir slik?

Drøft disse spørsmålene i hel klasse før gruppene undersøker videre.

Tilbake til gruppa: Velg ut en av hver sylinder. Undersøk om hypotesen stemmer!

Lærer setter fram utstyret. Elevene velger selv hva og hvordan de vil bruke det.

Mange elever gjetter at den høyeste har størst volum. De får her erfare at det ikke stemmer. Ved å gjette først, blir det spennende å finne svaret. Et viktig spørsmål blir nå: Hvorfor er det slik at den laveste har størst volum? Og hvor mye større er det enn volumet

for den høyeste. Hva er forholdet mellom de to volumene? En del elever vil ikke klare å forklare dette på annen måte enn at de ser at det blir slik ved måling. Andre klarer å sette tall i formlene og vise hvilken som er størst ved utregning. Noen få kan utfordres til å vise dette algebraisk.

### Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Bearbeider man formlene algebraisk, får man at forholdet mellom de to volumene blir

$$\frac{l}{b} = 1,414.. = \sqrt{2}$$

Det man kan hinte elevene på dersom de forsøker seg på å finne dette, er å uttrykke radius og høyde i de to figurene ved hjelp av lengde og bredde på et A4-ark, l og b.

Radius i den lave sylindren blir:  $r = \frac{l}{2\pi}$

Radius i den høye sylindren blir:  $R = \frac{b}{2\pi}$

Man får da uttrykket: 
$$\frac{\pi(\frac{l}{2\pi})^2 b}{\pi(\frac{b}{2\pi})^2 l} = \frac{l^2 b}{b^2 l} = \frac{l}{b}$$

### Litteratur/leseforslag

Etter idé fra Gjertrud Indresæter, Høgskolen i Vestfold

## Vinkelsummen i en mangekant. At forholdet mellom den lengste og den korteste siden av et A4-ark er $\sqrt{2}$

Ved Per Sindre Killingmo

### Beskrivelse

Lage en generell formel for vinkelsummen i en mangekant ved hjelp av resonnement. Lage et oktagon av A4-ark. Regne ut vinkler og vise at forholdet mellom sidene er  $\sqrt{2}$ . Opplegget kan egne seg fra 5. – 10. trinn.

### Forarbeid

Vinkelsummer. Matematiske begrep som polygon.

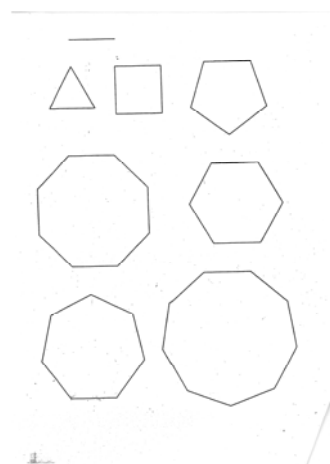
### Matematikk i fokus

Matematikk, forming.

### Utstyr

A4- ark i forskjellige farger. Maler for forskjellige mangekanter.

### Aktivitet/Opplegg



Vi klipper og setter sammen en trekant for å vise at vinkelsummen i en trekant er 180 grader. Dette er grunnlaget for et resonnement som brukes for å finne ut den generelle vinkelsummen i en mangekant. Her kan vi sette opp en tabell.

Vi lager et oktagon ved hjelp av A4-arket og regner ut vinkler med utgangspunkt i vinkelsummen i en mangekant. Regn ut at forholdet mellom langside og kortsider er  $\sqrt{2}$ . Mønsteret som dannes kan også brukes i forming. For eks. flislegging, dekorering.

### Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Bruk forskjellige farger i papiret. Prøve med andre størrelser eller

andre forhold enn  $\sqrt{2}$

### Litteratur/leseforslag

Ideen er hentet fra kurs i matematikksenterets regi. Se beskrivelser av oppleggene til Ingvill Merete Stedøy-Johansen de neste sidene.

# Tesselering med regulære mangekanter

Opplegget er utarbeidet og skrevet av Ingvill Merete Stedøy-Johansen, Matematikksenteret

## Del 1: Beregning av vinkler i regulære mangekanter.

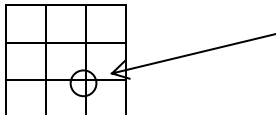
### Hensikten med opplegget

Undersøke vinklene i de regulære mangekantene og se om det er mulig å lage mønster ved å sette sammen bare like mangekanter. Regne med vinkler. Kunne gjennomføre et holdbart matematisk argument for hvorfor det ikke finnes fler enn tre mønstre.

### Undervisningsopplegget i sin helhet

#### Introduksjon

Tesselering innebærer å sette sammen ulike geometriske figurer i planet slik at de danner et mønster som er heldekkende. Vi ser bort fra hva som skjer i ytterkantene (matematisk tenker vi oss at planet har uendelig utstrekning. I praksis kutter vi til mønsteret så det får den formen vi ønsker. Det finnes mange ulike eksempler på tesselering i kunst, håndverk og arkitektur, for eksempel flislegging, lappeteknikk, og billedkunst. Et viktig begrep her er *møtepunkt*, det er det punktet hvor hjørnene i flere mangekanter møtes. For å beskrive hvordan sammensetningen av figurene er, kan man for eksempel liste opp mangekantene i møtepunktene i den rekkefølgen de ligger inntil hverandre. Dersom for eksempel fire kvadrater møtes i et punkt skriver man  $(4,4,4,4)$ , er det tre trekanter og to kvadrater skriver man  $(3,3,3,4,4)$ . For å illustrere dette med et enkelt eksempel:



$(4,4,4,4)$  I et vanlig rutenett møtes fire kvadrater i hvert møtepunkt.

Vi skal her vise varianter av tesselering med de regulære mangekantene som det er maler til i kofferten.

Tesselering kan gjerne knyttes opp mot undervisningen i kunst og håndverk, og det anbefales da å bruke M.C. Eschers (1898 – 1972) arbeid for å illustrere hvordan tesseleringen med geometriske figurer kan videreføres til å bli fantastiske kunstverk. Elevene kan bruke de mønstrene de lager i matematikken til å lage plakater eller tepper i tekstilformingen (lappeteknikk).

## Oppgaver til elevene

### 1. Regulære mønstre

Bruk bare like mangekanter, og prøv om flere av dem kan settes sammen til å dekke en flate uten at det blir hull? Bruk malene til hjelp for å teste ut. Tegn mønstrena dere finner fram til.

Hvilke kan ikke dekke en flate? Prøv å forklar hvorfor bare noen få mangekanter kan dekke en flate

#### Løsning

Ved å bruke bare like regulære mangekanter kan man bare dekke planet med trekanter, firkanter og sekskanter. Hvert møtepunkt utgjør til sammen  $360^\circ$ , og derfor må summen av vinklene som møtes være lik  $360^\circ$ . Fire kvadrater som møtes gir vinkelsummen  $4 \cdot 90^\circ = 360^\circ$ , seks trekanter gir  $6 \cdot 60^\circ = 360^\circ$ , og tre sekskanter gir summen  $3 \cdot 120^\circ = 360^\circ$ . Blir det større mangekanter, er vinklene for stor til at det kan bli plass til tre mangekanter i hvert hjørne, og det er det minste antallet vi kan ha for å få fram et mønster. Det går ikke med femkanter, fordi summen av vinklene i tre femkanter er mindre enn  $360^\circ$ , mens summen av vinklene i fire femkanter er mer enn  $360^\circ$ .

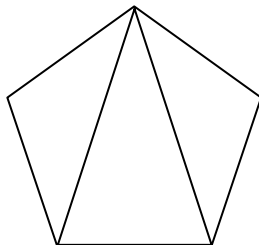
### 2. Vinklene i mangekantene

Finn vinklene i de ulike regulære mangekantene!

- hint 1! Del opp i trekanter og start med å finne vinkelsummen i mangekantene.
- hint 2! Vinkelsummen i en trekant er  $180^\circ$ .

Prøv å komme fram til en formel for vinkelen i en  $n$ -kant, der  $n$  er et vilkårlig helt tall. Sjekk om det stemmer med de mangekantene du kjenner vinklene til.

#### Løsning



Vi kan dele femkanten i tre likebente trekanter, hvor samtlige vinkler i trekantene inngår i femkanten. Vinkelsummen i trekanten er som kjent fra før  $180^\circ$ , og med tre trekanter blir da den totale vinkelsummen i femkanten  $3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$ . Vi vet at i en regulær mangekant er alle vinklene like store, og når summen av de fem vinklene er  $540^\circ$ , blir hver vinkel  $540^\circ : 5 = 108^\circ$ .

### Sett også opp formlene som framkommer på de ulike måtene.

Vinklene og vinkelsummene for noen av de regulære mangekantene er her satt opp i en tabell:

<i>Regulær mangekant</i>	<i>Vinkelen i mangekanten</i>	<i>Vinkelsummen</i>
<b>Trekant</b>	<b>60</b>	<b>3*60=180</b>
<b>Firkant</b>	<b>90</b>	<b>4*90=360</b>
<b>Femkant</b>	<b>108</b>	<b>5*108=540</b>
<b>Sekskant</b>	<b>120</b>	<b>6*120=720</b>
<b>Åttekant</b>	<b>135</b>	<b>8*135=1080</b>
<b>Tikant</b>	<b>144</b>	<b>10*144=1440</b>
<b>Tolvkant</b>	<b>150</b>	<b>12*150=1800</b>
<b><i>n</i>-kant</b>	<b><u><math>180^\circ (n-2)/n</math></u></b>	<b><u><math>180^\circ n - 360^\circ</math></u> eller <u><math>180^\circ (n-2)</math></u></b>

Vinkelen i en *n*-kant kan skrives som:

$$(180^\circ \cdot n - 360^\circ)/n = \underline{180^\circ - 360^\circ/n} \text{ eller } \underline{180^\circ (n-2)/n}$$

Vinkelsummen kan da skrives som:

$$n[180^\circ(n-2)/n] = \underline{180^\circ n - 360^\circ} \text{ eller } \underline{180^\circ (n-2)}$$

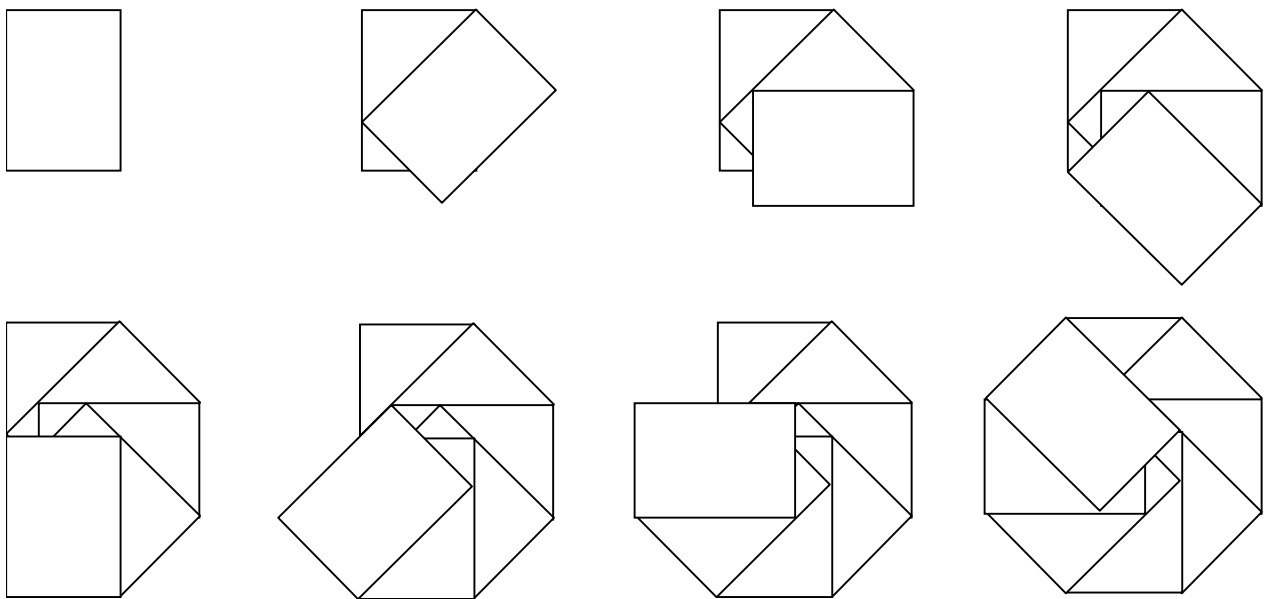


## Del 2: Regulære mangekanter av papir

Opplegget er utarbeidet og skrevet av Ingvill M. Stedøy-Johansen, Matematikksenteret

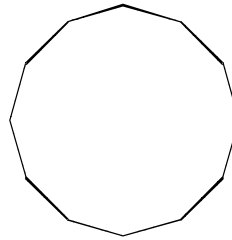
Del ut A4-ark til elevene. Vis hvordan de skal legge 8 A4-ark over hverandre ett for ett, slik som på figurene nedenfor. Elevene legger dem på pulten samtidig som du klistrer dem opp på tavla. Be elevene lime arkene til hverandre med limstift.

Gi dem oppgavene nedenfor enten muntlig eller skriftlig.



Figuren viser hvordan vi kan legge A4-ark slik at det framkommer en regulær 8-kant. A-formatet er laget slik at forholdet mellom lengdene til den lengste og den korteste sidekanten er lik  $\sqrt{2}$ .

- a) Du får oppgitt at den indre vinkelen (kantvinkelen) i en regulær 8-kant er  $135^\circ$ .  
Vis ved beregninger at det nettopp er denne vinkelen som framkommer når vi legger A4-arkene slik som på figuren. Bruk figurene på det utdelte svararket og gjør beregningene der.
- b) Hva slags mønster får vi fram hvis vi legger 8-kanter så tett vi kan utover en stor flate? Mønsteret vil bestå av 8-kanter og hull.  
Tegn en figur som viser hvordan mønsteret blir. Regn ut summen av vinklene som møtes i hvert hjørne, og argumenter for at mønsteret er heldekkende.
- c) Del en regulær 12-kant opp i trekanter.  
Bruk dette til å  
vise at den indre vinkelen i en  
regulær 12-kant er  $150^\circ$ .  
Bruk det utdelte svararket.

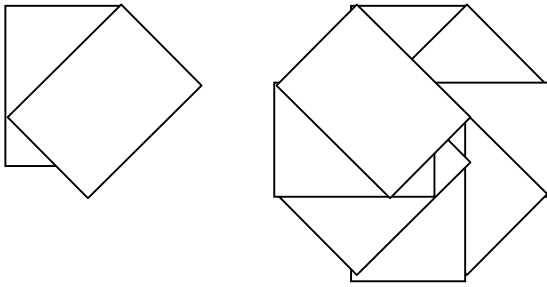


**Figur 2**

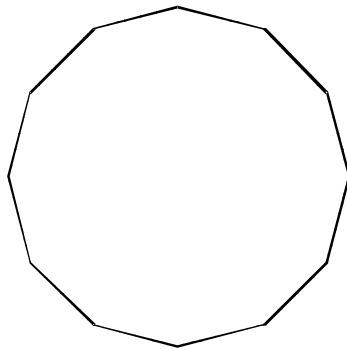
Vi kan bruke ark med andre format og legge på samme måte som A4-arkene på figur 1, men da får vi ikke en 8-kant.

- d) Hva må forholdet mellom langsida og kortsida på arkene være for at vi skal få laget en 12-kant? Tegn figur og gjør beregninger.

## SVARARK



**d)**



## Matte i boksen

Ved Henrik Kirkegaard

<b>Matte i boksen</b>
<b>Sortering – farge</b> barnehage og 1. klasse
<b>Beskrivelse:</b> I skoesken ligger ulike ting som må sorteres. Elevene må kunne redegjøre for, hvilke kriterier de har valgt å sortere etter.
<b>Forarbeid:</b> Ta en snakk med elevene om forskjellige former for sortering. Hva er sortering!
<b>Matematikk i fokus:</b> Sortering / sortere etter farge. Å kunne uttrykke seg muntlig og skriftlig i matematikk
<b>Utstyr</b> Skoeske med mange farget brikker / gamle farger / legoklosser eller liknende. Brikkene må ha samme størrelse, det må være 10-12 ulike farger og det må være 15 – 20 stykk av hver.
<b>Aktivitet/Opplegg</b> Stasjon eller liten gruppe med lærer. 2 – 3 elever i gruppen. Skoesken tømmes og elevene må gjennom samtale finne ut, hvordan innholdet kan sorteres. Resultatet tegnes på ark eller vises og begrunnes til lærer.  Kan innholdet sorteres på andre måter (farge, antall, størrelse)?
<b>Tips til læreren/variasjonsmuligheter</b> Enklere sortering: Færre farger og mindre antall. Vanskeligere sortering: Flere nyanser innenfor samme farge (lyseblå, mørkeblå, turkis osv)

<b>Matte i boksen</b>
<b>Sortering – lengde</b> barnehage og 1. klasse
<b>Beskrivelse:</b> I skoeken ligger ulike ting som må sorteres. Elevene må kunne redegjøre for, hvilke kriterier de har valgt å sortere etter.
<b>Forarbeid:</b> Ta en snakk med elevene om forskjellige former for sortering. Hva er sortering!
<b>Matematikk i fokus:</b> Sortering / sortere etter lengde. Å kunne uttrykke seg muntlig og skriftlig i matematikk
<b>Utstyr</b> Skoeken med mange ispinner / blomsterpinner i ulike lengder. Pinnene må ha samme farge og utseende, og det må være 12-15 stykk til sammen i ulike lengder.
<b>Aktivitet/Opplegg</b> Stasjon eller liten gruppe med lærer. 2 – 3 elever i gruppen. Skoeken tømmer og elevene må gjennom samtale finne ut, hvordan innholdet kan sorteres. Resultatet tegnes på ark eller vises og begrunnes til lærer.  Kan innholdet sorteres på andre måter (farge, antall, størrelse)?
<b>Tips til læreren/variasjonsmuligheter</b> Enklere sortering: Mindre antall og stor forskjell på lengdene. Vanskeligere sortering: Flere typer pinner, liten forskjell på lengdene. Matematisk snak om enkelsortering eller intervallsortering

<b>Matte i boksen</b>
<b>Sortering – vekt</b> barnehage og 1. klasse
<b>Beskrivelse:</b> I skoeken ligger ulike ting som må sorteres. Elevene må kunne redegjøre for, hvilke kriterier de har valgt å sortere etter.
<b>Forarbeid:</b> Ta en snakk med elevene om forskjellige former for sortering. Hva er sortering!
<b>Matematikk i fokus:</b> Sortering / sortere etter vekt. Å kunne uttrykke seg muntlig og skriftlig i matematikk
<b>Utstyr</b> Skoeske med 10-12 stein med ulik vekt / størrelse.
<b>Aktivitet/Opplegg</b> Stasjon eller liten gruppe med lærer. 2 – 3 elever i gruppen. Skoeken tømmes og elevene må gjennom samtale finne ut, hvordan innholdet kan sorteres. Resultatet tegnes på ark eller vises og begrunnes til lærer.  Kan innholdet sorteres på andre måter (farge, antall, størrelse)?
<b>Tips til læreren/variasjonsmuligheter</b> Enklere sortering: Mindre antall og større vektforskjell. Vanskeligere sortering: Flere stein, ikke bare stein men også andre emner (blad, pinne, viskelær, lekebil, kritt osv) og liten forskjell på vekten på de ulike stein. Matematisk snak om enkelsortering eller intervallsortering

<b>Matte i boksen</b>
<b>Sortering – form</b> barnehage og 1. klasse
<b>Beskrivelse:</b> I skoeken ligger ulike ting som må sorteres. Elevene må kunne redegjøre for, hvilke kriterier de har valgt å sortere etter.
<b>Forarbeid:</b> Ta en snakk med elevene om forskjellige former for sortering. Hva er sortering!
<b>Matematikk i fokus:</b> Sortering / sortere etter form. Å kunne uttrykke seg muntlig og skriftlig i matematikk
<b>Utstyr</b> Skoeske med ulike former (sirkler, trekanter, firkanter, femkanter osv). Det må være 5-6 ulike geometriske former og 10-12 stykk av hver form. Det kan brukes pappbrikker, jovobrikker eller liknende.
<b>Aktivitet/Opplegg</b> Stasjon eller liten gruppe med lærer. 2 – 3 elever i gruppen. Skoeken tømme og elevene må gjennom samtale finne ut, hvordan innholdet kan sorteres. Resultatet tegnes på ark eller vises og begrunnes til lærer.  Kan innholdet sorteres på andre måter (farge, antall, størrelse)?
<b>Tips til læreren/variasjonsmuligheter</b> Enklere sortering: Mindre antall, færre former, enkle former (bare kvadrater). Vanskeligere sortering: Flere ulike typer innenfor samme form (kvadrater, rektangler, trapeser, parallellogrammer, romber, irregulærer firkanter)

# Refleksjon omkring definisjonene på forskjellige mangekanter

Ved Geir Kristoffersen

## Beskrivelse

Bruke mengderinger som virkemidler til å reflektere omkring egenskapene til ulike tre- og firkanter

## Forarbeid

En må selv være trygg på egenskapene til de forskjellige mangekantene. Aktiviteten egner seg fra mellomtrinnet og oppover.

## Matematikk i fokus

- Bevissthet i forhold til egenskapene til forskjellige mangekanter
- Forståelse for at et kvadrat per definisjon også er både firkant, rektangel, rombe, parallelogram og trapes, men at vi for presisjonens skyld velger å benevne det som et kvadrat
- Erfare bruken av mengdelære i forhold til figurer med beslektede egenskaper

## Utstyr

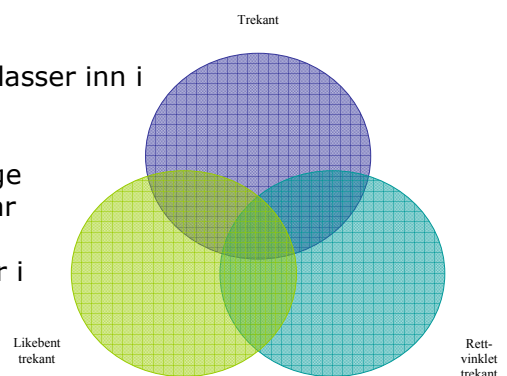
En kan enten ha:

1. Ferdige mengderinger eller
2. Tilgang på A3-ark eller gråpapir og
3. Gode tusjer
4. Oppslagsverk eller Internett i forhold til definisjonene
5. Farget papir og saks for å klippe ut mangekanter eller la elevene tegne dem

## Aktivitet/Opplegg

### Del I

1. Vi tar utgangspunkt i begrepene trekant, rettvinklet trekant og likebent trekant og ber gruppene:
  - a. Definer de tre begrepene
  - b. Tegn, evt. klipp forskjellige trekkanter og plasser inn i et venndiagram med tre sirkler som hver representerer et av de tre begrepene
  - c. Finn begrunnelser for hvorfor de forskjellige trekantene er plassert akkurat slik dere har bestemt
2. Noen av gruppene viser deretter sine diagrammer i plenum og begrunner de forskjellige trekantenes plassering i forhold til definisjonene.
3. Etter at de aktuelle gruppene har presentert sine løsninger, utvikler en i fellesskap nye og riktige mengderinger der:
  - a. Ringene til den rettvinklede – og den likebente trekanten utgjør et venndiagram (Aktuelle spørsmål: Finns det trekkanter som er likebente og rettvinklede på en gang? Finnes det trekkanter som bare er en av delene?)





- b. Men mengderingen til begrepet trekant vil da omfatte hele de andre ringene og enda et område utenfor (Aktuelle spørsmål: Finns det trekanter som er likebente eller rettvinklede, men uten å være trekanter? Finnes det trekanter som verken er likebente eller rettvinklede? Hvordan kan slike trekanter se ut?)

## **Del II**

1. Gruppene blir nå bedt om å velge tre av begrepene firkant, rombe, rektangel, kvadrat, trapes og parallellogram
  - a. Definere de tre begrepene
  - b. Tegn eventuelt klipp forskjellige firkanter og plasser dem inn i tre mengdesirkler som hver representerer et av de tre begrepene, og er riktig plassert i forhold til hverandre. Gruppen må selv vurdere om de forskjellige sirklene skal skjære -, omfatte hverandre eller eventuelt ikke ha noe felles areal med de andre ringene
  - c. Finn begrunnelser for hvorfor de forskjellige trekantene er plassert akkurat slik dere har bestemt
2. Gruppene blir så bedt om å velge de andre mulige sammensettinger av begrepene i del II og:
  - a. Definere de begrepene som ikke er definert fra før
  - b. Tegn eventuelt klipp forskjellige firkanter og plasser dem inn i tre mengdesirkler som hver representerer et av de tre begrepene på en riktig måte. Gruppen må selv vurdere om de forskjellige sirklene skal skjære -, omfatte hverandre eller eventuelt ikke ha noe felles areal med de andre ringene
  - c. Finn begrunnelser for hvorfor de forskjellige trekantene er plassert akkurat slik dere har bestemt
3. Gruppene finner sin favoritt og presenterer i plenum med begrunnelser og diskusjon

## **Tips til læreren/variasjonsmuligheter**

Ulike læringsstrategier kan med fordel trekkes inn i refleksjon / oppsummeringer av matematiske problemstillinger. Det er en stor fordel at en selv bruker læringsstrategiene i sin undervisning, slik at elevene er trygge på bruken før de skal bruke dem selv

## **Litteratur/leseforslag**

Gerd Fredheim: Elever. Lærere. Læringsstrategier. 2005

## **Stegark på ungdomstrinnet**

### **Stegark som hjelpemiddel i matematikkundervisningen på ungdomstrinnet: Sertifisering og "åpne oppgaver".**

**Ved Sigurd Lein**

#### **Beskrivelse**

Hensikten er å gi elevene en oversikt over stoffet som skal gjennomgås, slik at de selv kan se sammenhenger og kunne forstå progresjonen som læreren vil følge. Elevene gis anledning til å dokumentere utviklingen i sin forståelse av temaet.

Dessuten gir det eleven anledning til selv å lage matematikkoppgaver på et så høyt nivå som mulig.

#### **Forarbeid**

Det er ikke behov for noen form for repetisjon: Det første steget i progresjonen er stoff som elevene har fått gjennomgått på barneskolen.

Før klassen starter, kopierer læreren opp stegarket slik at alle elever har hver sin utgave av den. Læreren kan også utarbeide et såkalt "speilark" hvor oppgavene i læreboka knyttes til stegene på stegarket.

Læreren bør ha tilgang på opp mot 10 tester i hvert tema.

#### **Matematikk i fokus**

Hensikten er en elevengasjert gjennomgang av temaene.

#### **Utstyr**

Ikke noe spesielt.

#### **Aktivitet/Opplegg**

Elevene får utlevert en oversikt over temaet (for eksempel "konstruksjoner", "beregninger" eller "lengde, areal, volum") som klassen skal gjennomgå den nærmeste tiden. Oversikten presenteres som en progresjon (et stegark), som læreren vil bruke når han gjennomgår temaet.

Progresjonen deler stoffet inn seks hovedtrinn, hvert trinn med 3-5 steg.

I tillegg til at elevene løser oppgaver, får de tester. Testene har de samme trinnene som stegarket med de samme vanskelighetene som beskrives på stegarket. Ettersom elevene får til oppgavene på et nivå, kan de motta et "sertifikat" på det de har oppnådd.

På prøver "omsetter" elevene sertifikatene som fordeler: Dersom de har A-sertifikatet, slipper de å regne de tilhørende oppgavene; de har jo sertifikatet og får dermed de tilhørende poengene "gratis". En elev som har alle sertifikatene, slipper å regne noen oppgaver; vedkommende får alle poengene på forhånd.

Med jevne mellomrom tar læreren fra elevene de oppnådde sertifikatene. Dermed må elevene bekrefte sin kompetanse. Dette for å ivareta det pedagogiske vedlikholdsarbeidet.

På prøver deler læreren ut en brosjyre med en rekke faktaopplysninger. Med dette som utgangspunkt skal elevene lage oppgaver som de også skal løse. Disse oppgavene blir premiert etter vanskelighetsgrad. Stegarkene fungerer da som veiledning for elevene om hva som menes med en oppgave med en bestemt vanskelighetsgrad.

# STEGARK

## Lengde, areal og volum



Definisjoner:

- Standardfigurer: Trekant, kvadrat, rektangel, parallelogram, rombe, trapes og sirkel.
- Standardgjenstander: Prisme, sylinder, kule, pyramide og kjegle.
- Standardformler: Formler for omkrets og areal for standardfigurer, og formel for overflate og volum for standardgjenstander.

NB: Når du selv måler noe eller regner med måltall, må du være bevisst hvor nøyaktig du måler og hvor nøyaktig svaret ditt kan være.

### Nivå A (0,5 poeng)

A.1: Kunne finne omkretsen av standardfigurer.

Eksempel: Hva er omkretsen av et rektangel når lengden er 7,1cm og høyden er 4,5cm?

A.2: Kunne addere/subtrahere/sammenlikne lengder oppgitt med ulike benevning.

Eksempel: Legg sammen 3,9dm og 22cm.

A.3: Kunne bruke standardformlene for areal.

Eksempel: Hva er arealet av en trekant når lengden er 6,0cm og høyden er 4,2cm?

**Nivå B (1 poeng)**

- B.1: Kunne finne omkretsen av sammensatte figurer.  
Eksempel: En lekeplass har form som et kvadrat med en halvsirkel i den ene enden og en likesidet trekant i den andre. Hva er omkretsen av lekeplassen når sidene i kvadratet er 10,0m?
- B.2: Kunne finne arealet av sammensatte figurer.  
Eksempel: En lekeplass har form som et kvadrat med en halvsirkel i den ene enden og en likesidet trekant i den andre. Hva er arealet av lekeplassen når siden i kvadratet er 10,0m?
- B.3: Kunne bruke standardformel til å beregne overflate.  
Eksempel: En tønne har form som en sylinder. Tønna mangler lokk. Hva er overflaten av denne tønna når diameteren er 6,0dm og høyden er 1,25m?
- B.4: Kunne bruke standardformel for volum.  
Eksempel: En sylinderisk gryte har innvendig diameter på 20cm og innvendig høyde 16cm. Finn volumet av gryta.

**Nivå C (1,5 poeng)**

- C.1: Kunne addere/subtrahere/sammenlikne arealer oppgitt med ulike benevning.  
Eksempel: Trekk  $68\text{cm}^2$  fra  $1,4\text{dm}^2$ .
- C.2: Kunne addere/subtrahere/sammenlikne volum oppgitt med ulike benevning.  
Eksempel: Hvor mange ganger må du helle over fra en bøtte som tar 10 liter for å fylle et kar med volum  $0,25\text{m}^3$ ?
- C.3: Kunne bruke formler for å beregne lengder når måltallet for areal er oppgitt.  
*Eksempel: På en trampoline er det en ytterkant. Diameteren på en sirkelformet trampoline er 4,8 m. Arealet av denne kanten er  $4,1\text{ m}^2$ . Hvor stor er den indre diameteren?*
- C.4: Kunne beregne overflate og volum av en gjenstand når en må bruke Pytagoras underveis i utregningen.  
Eksempel: I en kjele er diameteren i bunnflaten 10cm. Avstanden fra et punkt på sirkelperiferien og kjeglens topp-punkt er 8cm. Finn overflaten og volumet av pyramiden.

### Nivå D (2 poeng)

- D.1: Kunne beregne overflaten av sammensatte legemer.  
Eksempel: En gjenstand er satt sammen av en sylinder med en halvkule i den ene enden. Hvor stor er overflaten av gjenstanden dersom radien i kula og sylindere er 6,3cm og høyden i sylindere er 4,9cm?
- D.2: Kunne beregne volum av sammensatte gjenstander.  
Eksempel: En tank består av sylinder med en kjegle på toppen. Kjeglen og sylindere grunnflate har samme diameter, nemlig 2,2dm. Høyden på sylindere er 70cm mens høyden i kjeglen er 20cm. Hva er tankens samlede volum?
- D.3: Kunne bruke formler for å beregne lengder når måltallet for volumet er oppgitt, og hvor en må gjøre om enheter.  
Eksempel: En sylindereformet gryte rommer 12,4 liter og har en innvendig høyde på 22cm. Hva er den innvendige diameteren?
- D.4: Kunne utvikle formler for overflate og volum hvor en må bruke Pytagoras underveis i arbeidet.  
Eksempel: Finn et uttrykk for volumet til en kjegle når radien i bunnflaten er  $2a$  og sidekanten har lengde  $5a$ .

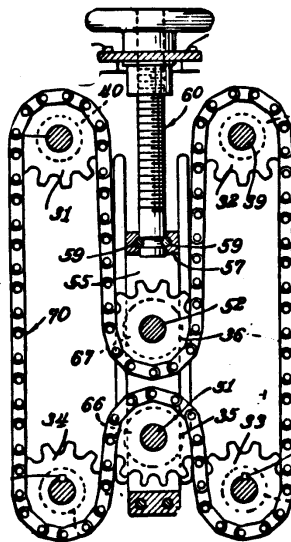
### Nivå E (2,5 poeng)

- E.1: Kunne utvikle adderte formler for areal.  
Eksempel: En figur består av et rektangel med en trekant på den ene langsiden. Rektangelets grunnlinje er  $5a$  og høyden  $3a$ . Trekantens grunnlinje er  $5a$  og høyden  $2a$ . Hva er det samlede arealet?
- E.2: Kunne regne ut overflate eller volum av en gjenstand når en må bruke Pytagoras flere ganger underveis i beregningen.  
Eksempel: I en kvadratisk pyramide er kvadratets sidekant  $4,3\text{cm}$ . Sidekanten har lengde  $7,0\text{cm}$ . Finn volumet til denne pyramiden.
- E.3: Kunne utvikle et uttrykk for ukjente lengder med utgangspunkt i en oppgitt formel for areal.  
Eksempel: En figur består av en halvsirkel og et rektangel. Arealet kan skrives som  $2\pi a^2 + 12a^2$ . Regn ut høyden i rektangelet uttrykt ved  $a$ .
- E.4: Kunne utvikle formler volumet av sammensatte gjenstander.  
Eksempel: En gjenstand består av en halvkule og en sylinder. Diameteren i halvkula og sylindrene er like store:  $4a$ . Høyden i sylindere er  $6a$ . Hva er volumet av gjenstanden?

### Nivå F (3 poeng)

- F.1: Kunne utvikle/bevise formel for overflate eller volum av en gjenstand når en må bruke Pytagoras flere ganger underveis.  
 Eksempel: I en kvadratisk pyramide er kvadratets sidekant  $4a$ . Sidekanten har lengde  $7a$ . Finn volumet til denne pyramiden.
- F.2: Kunne regne ut overflate eller volum av en gjenstand når en må bruke både formlikhet og Pytagoras underveis i beregningen.  
 Eksempel: I en kvadratisk avkortet pyramide er det største kvadratets sidekant  $4,5\text{cm}$ . Det minste kvadratets side er  $2,5\text{cm}$ . Sidekanten har lengde  $5,7\text{cm}$ . Finn volumet til denne pyramiden.
- F.3: Kunne utvikle et uttrykk for ukjente lengder med utgangspunkt i en formel for volum.  
 Eksempel: En figur består av en halvkule og en sylinder. Volumet kan skrives som  $72\pi r^3$ . Regn ut høyden i sylindren uttrykt ved  $r$ .
- F.4: Kunne utvikle formler for overflate eller volum av en gjenstand når en må bruke både formlikhet og Pytagoras underveis i utviklingen.  
 Eksempel: I en kvadratisk avkortet pyramide er det største kvadratets sidekant  $4a$ . Det minste kvadratets side er  $2a$ . Sidekanten har lengde  $5a$ . Finn volumet til denne pyramiden.

NB: Originalitet og kompleksitet blir honorert!



### TEST 03

#### Konstruksjon

Hensikten med denne prøven er at du skal få anledning til å dokumentere dine kunnskaper i konstruksjoner.

Nivå A:

Nr. A.1: Ved hjelp av passereren: Slå en sirkel med radius 3,5cm om punktet A nedenfor:

A $\times$

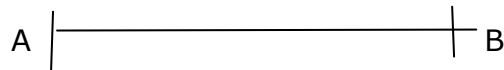
Nr. A.2: Finn, ved konstruksjon, de punktene som ligger 4,1cm fra D og 3,0cm fra E

D $\times$

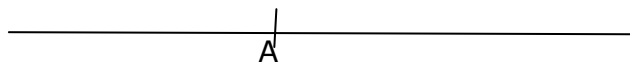
E $\times$

Nivå B

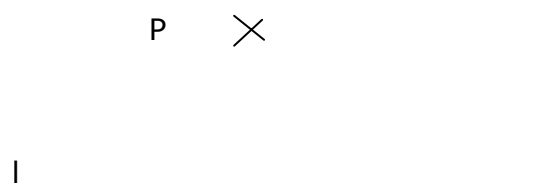
Nr. B.1 Konstruer midtnormalen til linjestykket AB:



Nr. B.2: Konstruer en  $90^\circ$ -vinkel i punktet A:



Nr. B.3: Nedfell en normal fra punktet P på linja l:

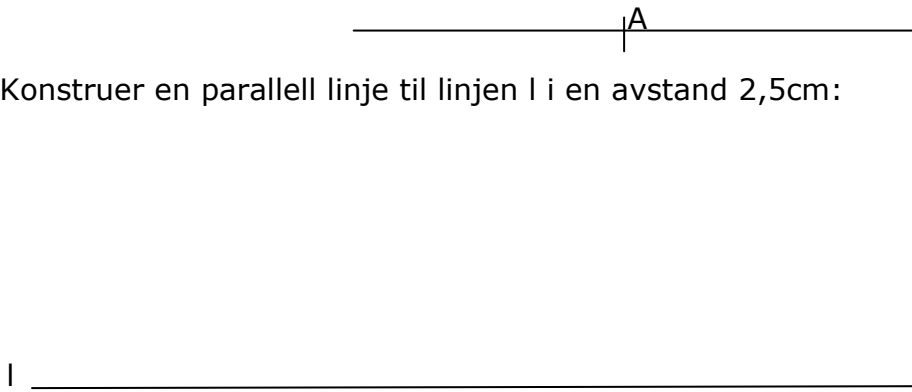


Nr. B.4 Konstruer en  $60^\circ$ -vinkel i punktet A:

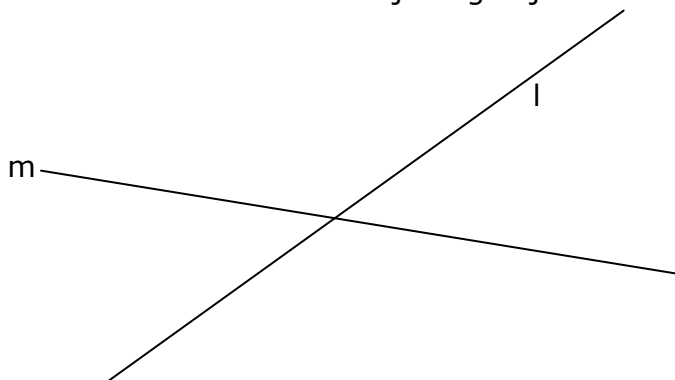


Nivå C:

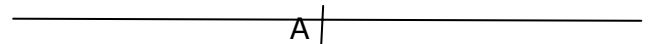
Nr. C.1: Konstruer en parallell linje til linjen l i en avstand 2,5cm:



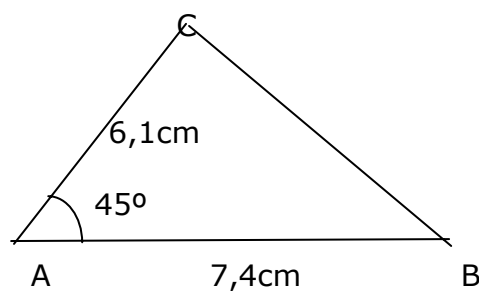
Nr. C.2: Halver vinkelen mellom linje l og linjen m:



Nr. C.3: Konstruer en  $45^\circ$ -vinkel i punktet A:



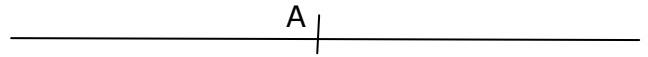
Nr. C.4: Her ser du en hjelpefigur av  $\triangle ABC$ . Konstruer trekanten:



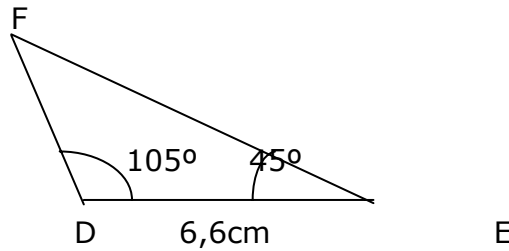


Nivå D

Nr. D.1: Konstruer en  $67,5^\circ$ -vinkel i punktet A:



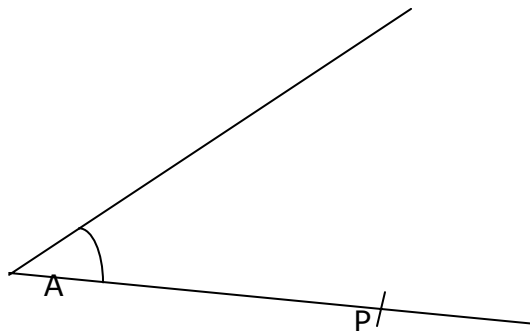
Nr. D.2: Her ser du en hjelpefigur av  $\triangle DEF$ . Konstruer trekanten.



Nr. D.3: I  $\triangle XYZ$  er  $XY = 5,1\text{cm}$ ,  $YZ = 7,0\text{cm}$  og  $\angle Y = 75^\circ$ . Tegn hjelpefigur til denne trekanten. Konstruer deretter denne trekanten.

Nr. D.4:

Se på  $\angle A$ :



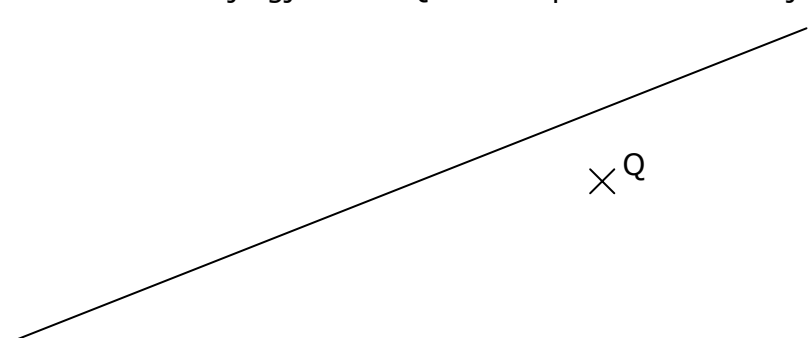
Konstruer en vinkel i punktet P som er like stor som  $\angle A$ .

Nivå E

Nr. E.1: I  $\triangle ABC$  er  $BC = 5,5\text{cm}$ .  $\angle B = 60^\circ$ . A ligger like langt fra B som fra C. Tegn hjelpefigur til denne trekanten. Konstruer etterpå trekanten.

Nr. E.2: I  $\triangle KLM$  er  $KL = 4,7\text{cm}$  og  $KM = 3,9\text{cm}$ . M ligger  $3,3\text{cm}$  fra KL. Tegn hjelpefigur til denne trekanten. Konstruer deretter trekanten.

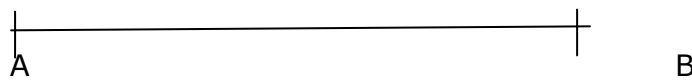
Nr. E.3: Konstruer en linje gjennom Q som er parallell med linje l.



Nr. E.4: I  $\triangle ABD$  er  $AB = 5,0\text{cm}$ .  $\angle A = 60^\circ$  og  $AD = 4,8\text{cm}$ .  $\triangle ABD$  er en del av firkanten  $ABCD$ .  $\angle DBC = 45^\circ$  og  $BC = 4,2\text{cm}$ . Tegn hjelpefigur. Konstruer firkanten  $ABCD$ .

Nivå F

Nr. F.1: Konstruer  $\triangle ABC$  hvor  $AB$  er linjestykket her.  $\angle C = 90^\circ$ .  $AC = 4,8\text{cm}$ .



Nr. F.2: I firkanten  $ABCD$  er  $AB = AD = 5,0\text{cm}$ .  $\angle ABD = 37,5^\circ$ .  $C$  ligger like langt fra  $AB$  som fra  $AD$ .  $AC = 4,7\text{cm}$ . Tegn hjelpefigur. Konstruer firkanten  $ABCD$ .

Nr. F.3: Firkanten  $ABCD$  er et parallelogram.  $\angle BAD = 75^\circ$ .  $C$  ligger like langt fra  $AB$  som fra  $AD$ .  $AC = 8,2\text{cm}$ . Tegn hjelpefigur. Konstruer firkanten  $ABCD$ .

# Sertifikat A

## LENGDE, AREAL OG VOLUM

### TILDELT \_\_\_\_\_

Du behersker oppgavene som er på dette sertifikatet, og har derfor oppnådd minst lav kompetanse innen temaet "LENGDE, AREAL OG VOLUM".



Nr. A.1: Kunne finne omkretsen av standardfigurer.

R

Hva er omkretsen av et rektangel når lengden er 7,1cm og høyden er 4,5cm?

Nr. A.2: Kunne addere/subtrahere/sammenlikne lengder oppgitt med ulike benevning.

R

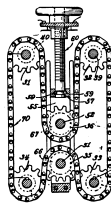
Legg sammen 3,9dm og 22cm.

Nr. A.3: Kunne bruke standardformlene for areal.

R

Hva er arealet av en trekant når lengden er 6,0cm og høyden er 4,2cm?

Du bør heretter jobbe med mer krevende oppgaver innenfor lengde, areal og volum.



**Borgen skole, 15/9 - 2008**

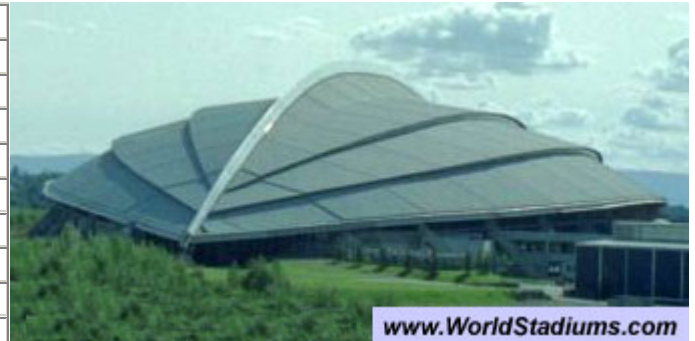
**Med vennlig hilsen**

**Sigurd Lein**

# VIKINGSKIPET

## Åpningstider resepsjonen 2006

<u>Ordinær åpningstid</u>	
<b>Dato</b>	<b>24/3 -30/12</b>
Mandag - Fredag	kl 8 - 16
Lørdag - Søndag	Stengt
<u>Sommertid</u>	
<b>Dato</b>	<b>29/7 - 12/8</b>
Mandag - Fredag	kl 8 - 18
Lørdag	kl 9 - 13
Søndag	Stengt
<u>Isperioder</u>	
<b>Dato</b>	<b>Se arrangementskalender</b>
Mandag - Fredag	kl 8 - 20
Lørdag - Søndag	kl 8 - 17



## Priser 2006

Besøk (barn under 5 år gratis)	kr 30,- per pers
Grupper (15 personer eller flere)	kr 20,- per pers

### Guiding:

Guiding i hallen	45 min.	kr 300,-
Byrundtur / Hedemarken	2 timer	kr 750,-
Guide utover 2 timer	Per time	kr 500,-
Omvisning må bestilles på forhånd		

*Vi gjør oppmerksom på at hallen i forbindelse med visse arrangementer har andre inngangspriser. Se arrangementskalender.*

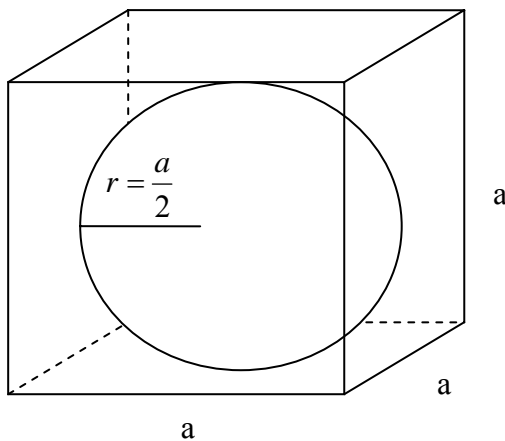
### Teknisk informasjon om Vikingskipet

Med 22.000 m<sup>2</sup> under tak, er Vikingskipet et av verdens største idrettshus med 10 – 20.000 tilskuerplasser.

- Største lengde: 250 m
- Største bredde: 110 m
- Høyeste punkt over isflate: 36 m
- Areal grunnflate: 22.000 m<sup>2</sup>
- Areal totalt: 26.000 m<sup>2</sup>
- Areal isflate: 10.000 m<sup>2</sup>
- Hallvolum: 350.000 m<sup>3</sup>
- Fylling i Åkersvika: 300.000 m<sup>3</sup>
- Peler, betong: 33.000 lm
- Armering: 1.400 tonn
- Betong: 14.000 m<sup>3</sup>
- Limtrebue (gitterdrager): 17 stk
  - Største lengde: 96 m
  - Største høyde: 4 m

# Åpen oppgave

I en kube er alle sidekantene lik  $a$ . I kuben ligger det en kule som akkurat for plass. (diameter  $= a$ ). Kuben fylles med vann. Hva er volumet av vannet? Hva blir volumet hvis  $a = 1$ ?



Volum kube:  $a \cdot a \cdot a = \underline{a^3}$

Volum kule:  $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a^3}{8}\right) = \frac{4a^3\pi}{24} = \underline{\frac{a^3\pi}{6}}$

Volum vann:  $\underline{\underline{a^3 - \frac{a^3\pi}{6} = a^3 \left(1 - \frac{\pi}{6}\right)}}$

Laget av Anna 8a3 Gul gruppe:D

## Ukentlig fyrstikkrebus

Ved Katie Lier

### 5 minutter i uka med utforskende matematikk. I tillegg lager elevene fyrstikkjesken selv.

4.-7. trinn (men da må man regne med å hjelpe til mye med å lage masu-boksen)  
8.-10. trinn

#### Beskrivelse

Elevene lager eske (ca 1 und.time) og får fyrstikker (trepinner) som de kan bruke når de løser fyrstikkoppgaver. Sett av 5 minutter pr uke.

#### Forarbeid

Lage til kvadratiske ark i 2 (litt) forskjellige størrelser. Det største kvadratet skal danne toppen av esken og det minste kvadratet skal danne bunnen.

Eventuelt lag en eske med lokk i forkant så eleven kan se det ferdige produktet. Kjøpe inn små trestikker. (Disse koster mellom 30-50 kr for ca 2000 stk.)

#### Matematikk i fokus

- elevene må kjenne til og lære seg å bruke geometriske begreper
- problemløsningsoppgaver, se etter mønstre



#### Utstyr

2 A4 ark som formes som kvadrater til hver elev. Ta kopi av hvordan vi bretter esken og del ut til elevene.  
Trepinner. Ca 25 til hver elev

#### Aktivitet/Opplegg

1. time

Elevene får utdelt hvert sitt kvadrat-ark i 2 ulike størrelser. Del ut kopien av esken. La elevene selv brette 2 esker. Disse skal settes sammen til en eske med bunn og topp. La elevene tegne/fargelegge sin eske og skriv navn på.

5 minutter pr uke

Fyrstikkrebusen tegnes på tavla. Elevene får 5 minutter på å prøve å løse oppgaven. La de elevene som løser oppgaven vise denne selv.

#### Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Kjør opplegget over en gitt tidsperiode. Lag det litt konkurranseaktig slik at hvem som finner løsningen først noteres. Etter 26 ulike rebuser valgte jeg å gi de samme oppgaver i en undervisningstime hvor vi hadde konkurranse med premier til den som klarte å huske/løse flest. Opplys elevene om at de vil møte oppgaven igjen i en form for konkurranse. Da vil de måtte prøve å huske løsningene og prøve å følge med på løsningene som hver oppgave har.

#### Litteratur/leseforslag

Mange av fyrstikkoppgavene har jeg hentet her:

[http://www.oppgave.net/text/diverse/fyrstikkoppgaver\\_intro.htm](http://www.oppgave.net/text/diverse/fyrstikkoppgaver_intro.htm)

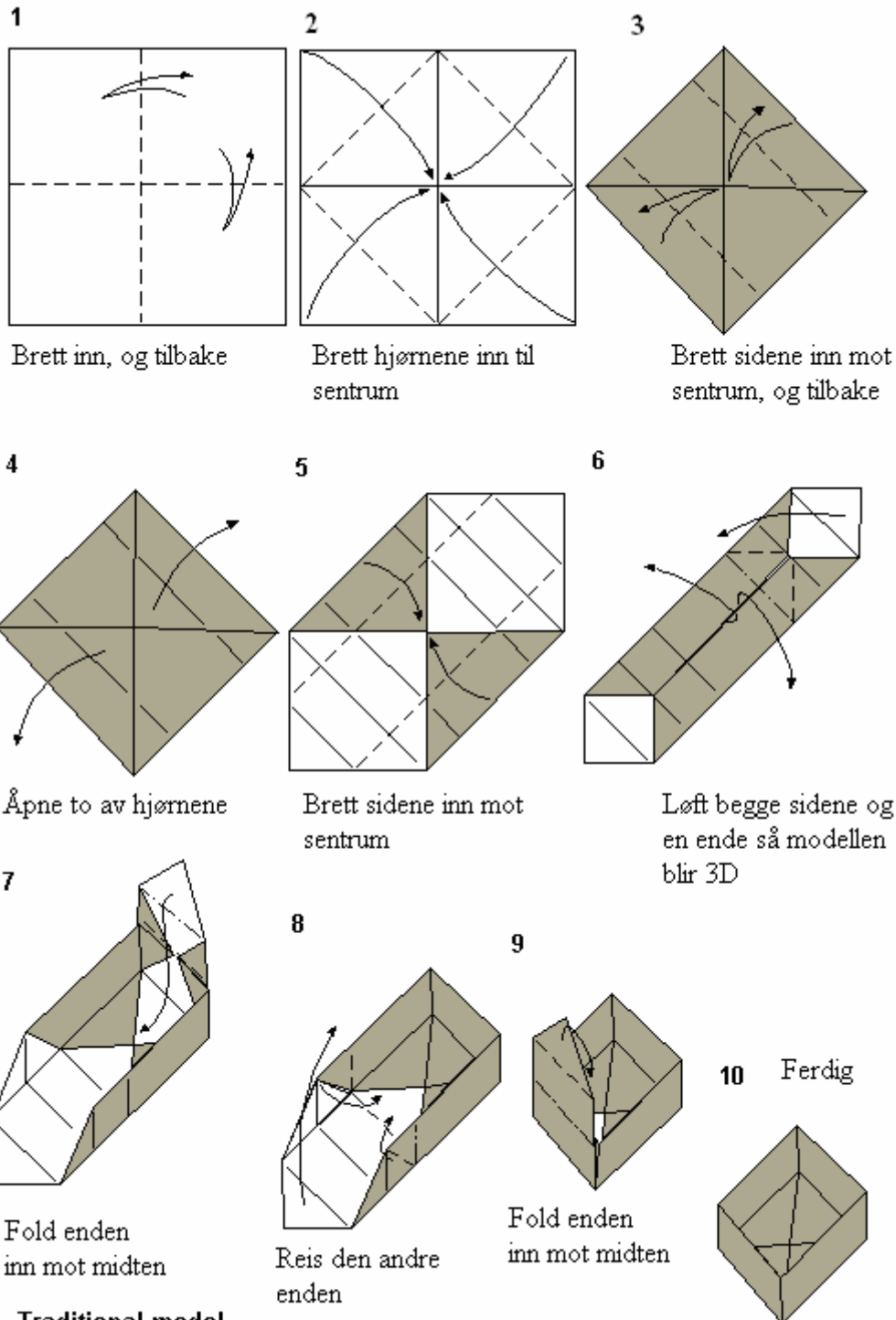
Mal til Masu-box hentet jeg her

<http://members.aol.com/davidpetty/mom61.htm> og oversatt/la inn norsk tekst selv



## Masu-boks

En enkel boks og lokk du kan brette selv. Vær nøye med hjørner, kanter og sentrum, så skal denne være grei å lage.

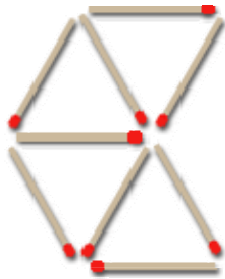


**Traditional model  
diagrams © D.Petty**

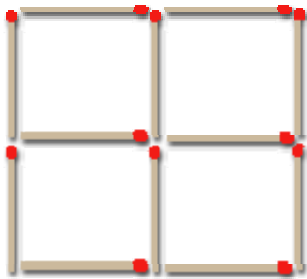
Hentet fra <http://members.aol.com/davidpetty/mom61.htm> og bearbeidet av Katie Stensen Lier

## Fyrstikkrebuser

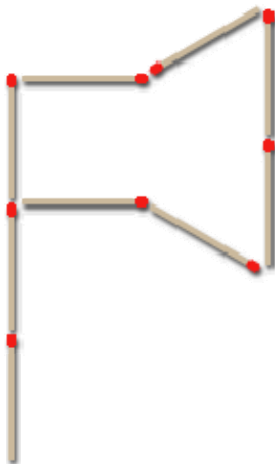
1) Flytt 2 fyrstikker og få 5 likesidede trekanter.



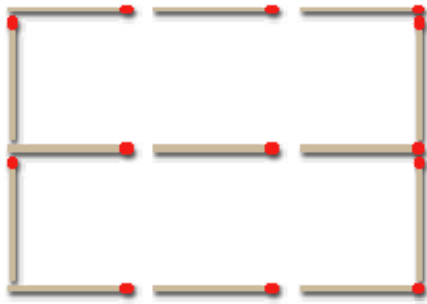
2) Flytt 4 fyrstikker og få 3 kvadrater.



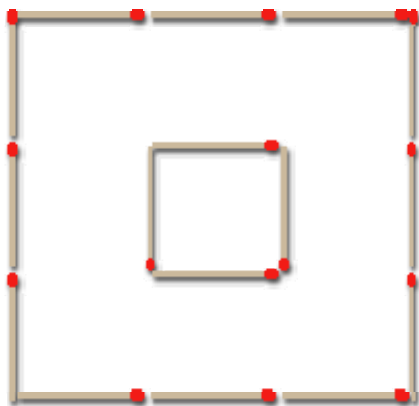
3) Lag en slik figur med 9 fyrstikker.  
Flytt så 5 fyrstikker slik at du får 5 likesidede trekanter.



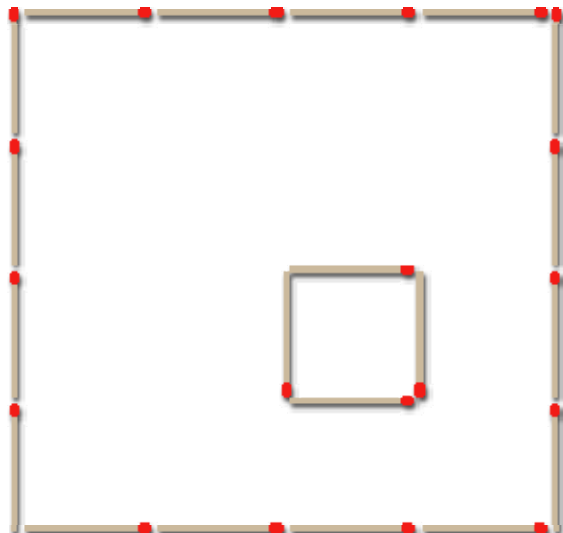
4) Flytt 4 fyrstikker og få 4 like kvadrat.



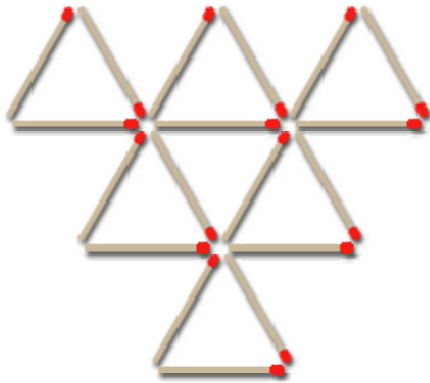
5) «Øya» i midten er omgitt av en kanal. Øya ligger så langt fra bredden at det ikke kan bygges en bro med kun en enkelt fyrstikk. Hvordan kan man bygge en sterk bro med 2 fyrstikker?



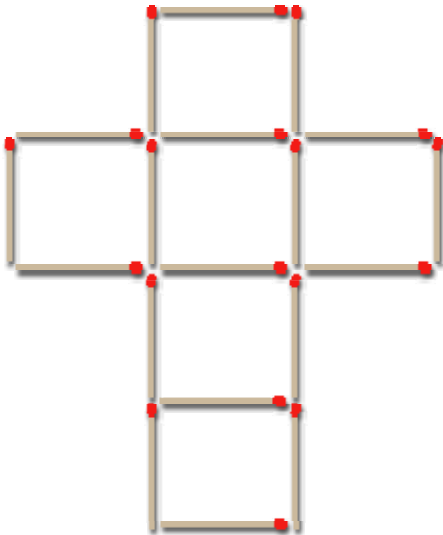
6) Del det frie arealet opp i fem like store deler ved hjelp av 10 fyrstikker.



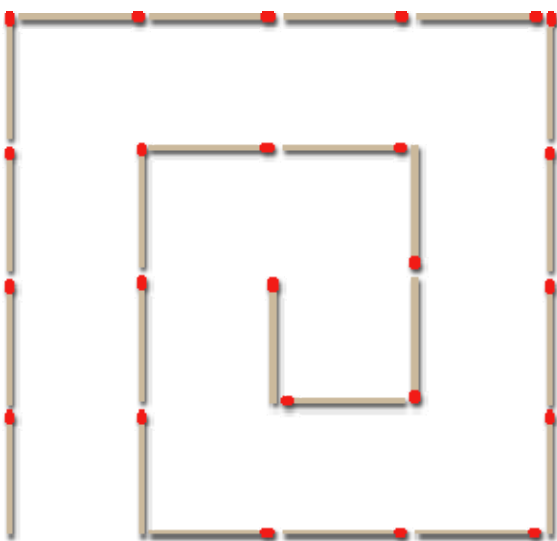
7) Lag 6 like store romber ved å flytte 6 fyrstikker.



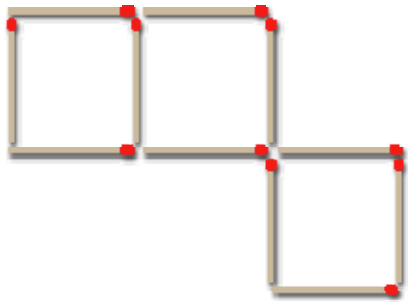
8) Lag 4 kvadrater ved å flytte 9 fyrstikker.



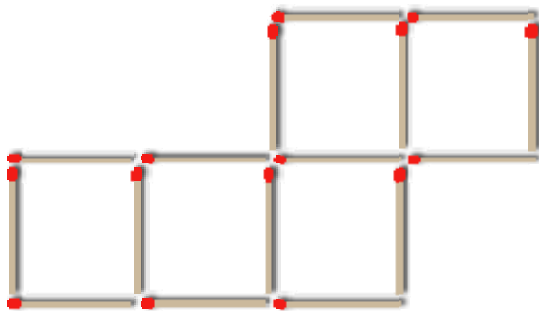
9) Ved å flytte 4 fyrstikker, lag 3 kvadrater i forskjellige størrelser.



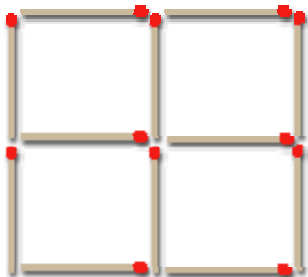
10) Fjern 2 fyrstikker og lag så 3 romber med de resterende.



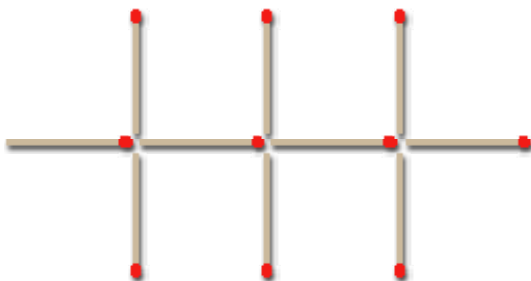
11) Flytt 2 fyrstikker og få 4 kvadrater.



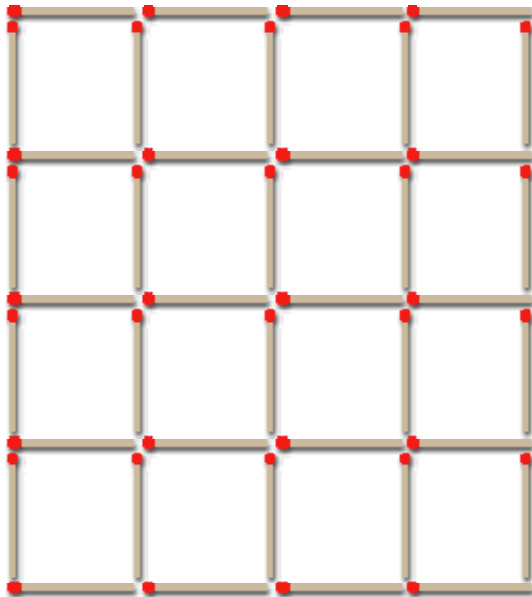
12) Fjern 2 fyrstikker og få 2 kvadrater.



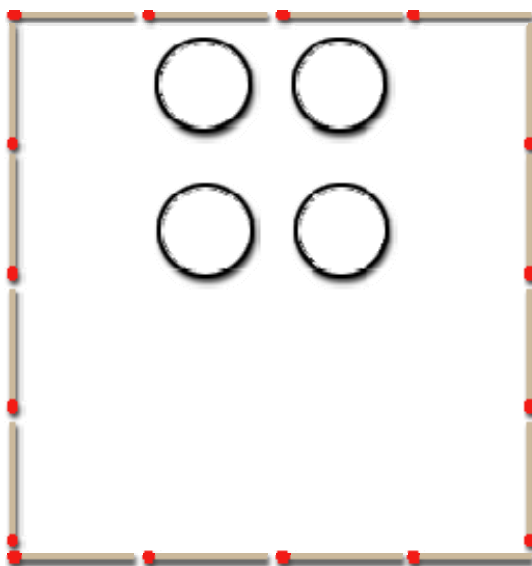
13) Lag 2 kvadrater ved å flytte 4 fyrstikker.



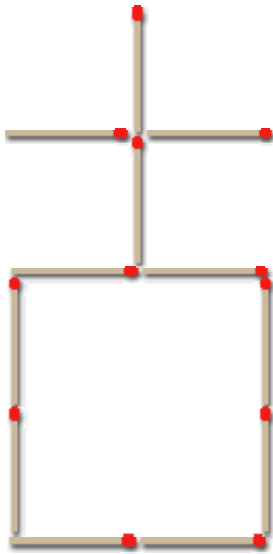
14) Hvor mange fyrstikker må det fjernes for å lage en figur uten kvadrater?



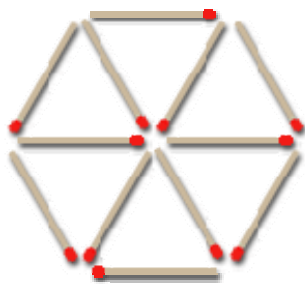
15) Fire sønner arver et stykke jord med 4 trær fra sin far. Jorden skal fordeles slik at hver sønn får like store jordstykker med ett tre hver. (Trærne markeres med fire mynter.)



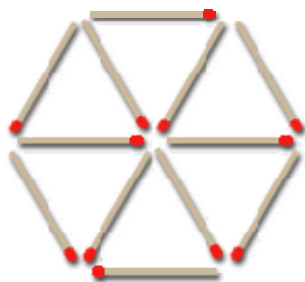
16) Lag 3 like store kvadrater ved å flytte 5 fyrstikker.



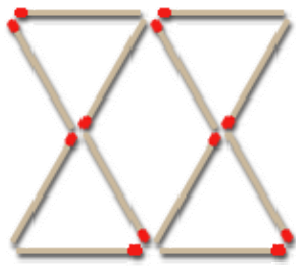
17) Lag 3 likesidete trekanter ved å flytte 4 fyrstikker.



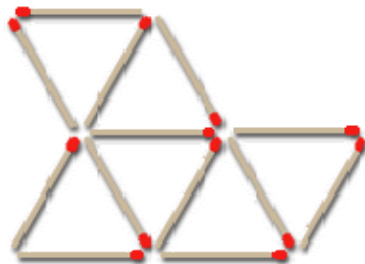
18) Lag 6 parallelogrammer ved å flytte 3 fyrstikker.



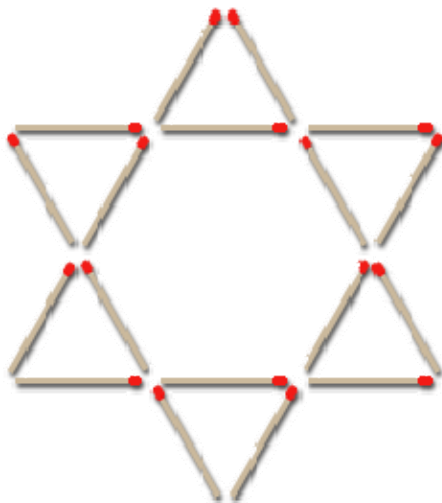
19) Flytt 4 fyrstikker så du får 6 like store trekanter.



20) Lag 3 likesidede trekanter ved å fjerne 3 fyrstikker.

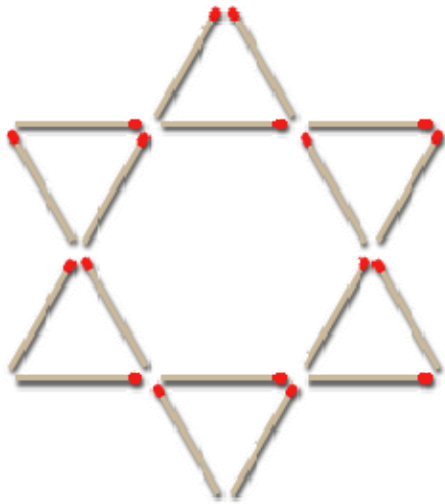


21) Denne David-stjernen består av flere likesidede trekanter. Flytt 2 fyrstikker slik at det kun er 6 trekanter tilbake.

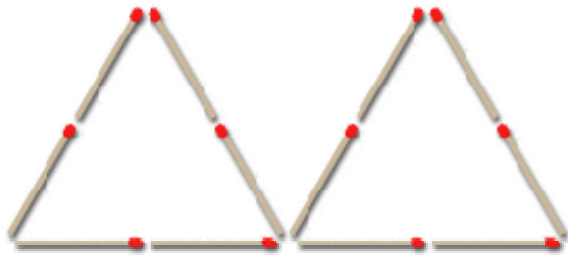


22) Lag 6 romber ved å flytte 6 fyrstikker.



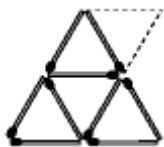


23) Lag 5 romber ved å flytte på 6 fyrstikker.

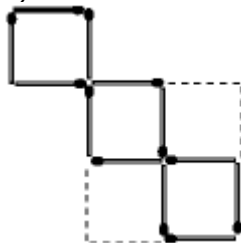


## Løsninger fyrstikkrebuser

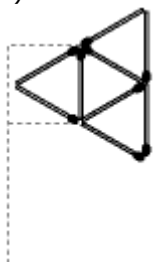
1)



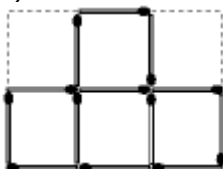
2)



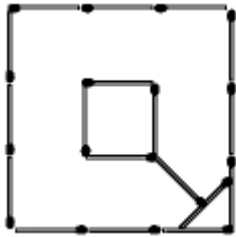
3)



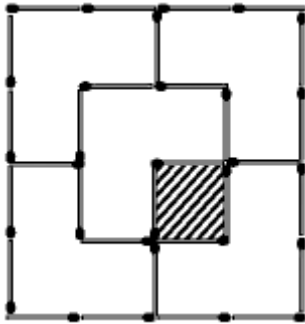
4)



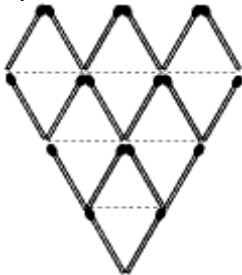
5)



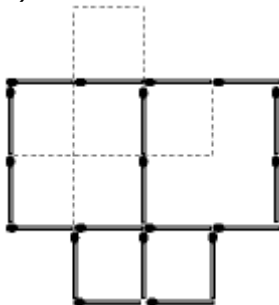
6)



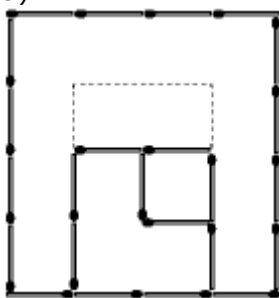
7)



8)



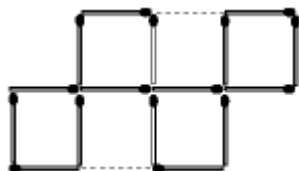
9)



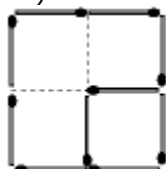
10)



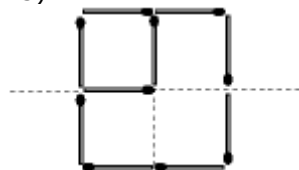
11)



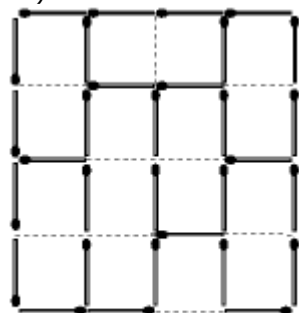
12)



13)

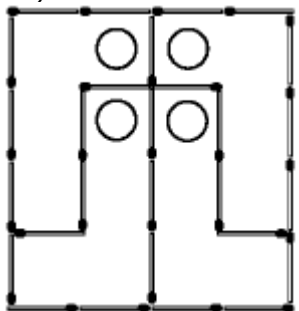


14)

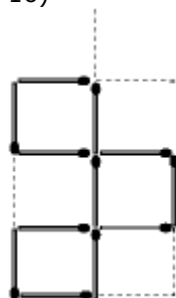


9 fyrstikker

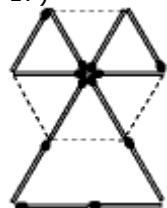
15)



16)



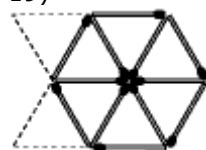
17)



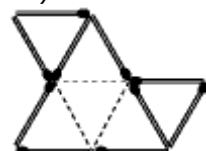
18)



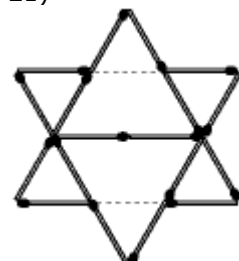
19)



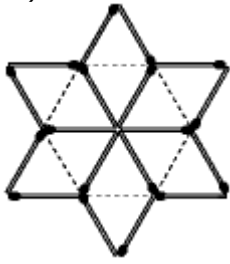
20)



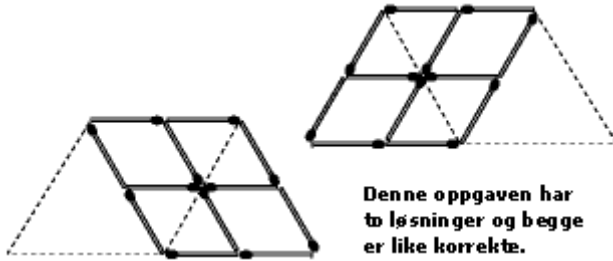
21)



22)



23)



## For ca 2500 år siden levde det en gresk matematiker ved navn Pytagoras...

### Den pytagoreiske læresetning

Ved Gerd Nilsen

#### Beskrivelse

Ideen til denne aktiviteten fikk jeg etter en illustrasjon som ble presentert på novemberkonferansen i 2004 i forbindelse med Bernt Michael Holmboes minnepris.

Hvorfor ikke la elevene selv oppdage sammenhengen mellom sidene i rettvinklede trekant, istedenfor å få regelen servert fra kateteret?

Aktiviteten som her beskrives er et forsøk på å gjøre nettopp dette. Aktiviteten kan brukes på hele ungdomstrinnet.

#### Forarbeid

Ha funnet frem nødvendig utstyr.

#### Forkunnskaper hos eleven:

Rettvinklet trekant, kvadrat, potens, areal av et kvadrat og kvadratrott tegn på kalkulatoren må være kjent.

#### Læreren bør

Ha laget/tegnet/fotografert de første trekant- og rektangeltallene.

Eple/pære- bildet må også være tilgjengelig, ett til hver elev/hvert par.

#### Matematikk i fokus

Mål: Når aktiviteten er gjennomført skal eleven være i stand til å regne ut lengden av en ukjent side i en vilkårlig rettvinklet trekant. Flertallet av elevene bør kunne formulere (muntlig og skriftlig) hovedinnholdet i *Den pytagoreiske læresetning*.

#### Utstyr

- Et instruksjonsark til hver elev
- Et stort antall plastbrikker (eller liknende)
- A3- ark med kvadratiske ruter ( $1 \times 1 \text{ cm}^2$ )
- Kalkulator
- Blyant og linjal
- "Eple & pære"- illustrasjonen

#### Aktivitet/Opplegg

Jeg har gjennomført denne aktiviteten på 8.trinn (vår 05) og 9.trinn (høst 08). De fleste elevene jobbet sammen to og to.

Her følger instruksjonen som ble gitt på 8.trinn (den er ment å være selvinstruerende):

(Frigjort lærertid ble brukt til observasjon.)

1. Det finnes uendelig mange forskjellige tallrekker,  
Fire eksempler er 1,2,3,4,5,... 2,4,6,8,... 1,3,5,7,9,... 5,10,15,20,...
2. Noen tallrekker kalles figurtall; som for eksempel trekantall, rektangeltall og kvadrattall.
3. På overheaden ser du de tre første trekant- tallene og de to første rektangeltallene (navnet bestemmes av formen).
4. Kan du lage de tre neste trekantallene? (Bruk gjerne plastbrikkene)
5. Hvor mange brikker trenger du til trekantall nr 7?
6. Skriv ned de 10 første trekantallene.
7. Lag rektangeltall nr 3, 4 og 5 ved hjelp av brikkene.
8. Hvor mange brikker trenger du til rektangeltall nr 6 og 7?
9. Skriv ned de 10 første rektangeltallene.
10. Prøv å lage de fire første kvadrattallene (tenk på navnet). Et hint; det første kvadrattallet er 1 ( $1^2 = 1 \cdot 1 = 1$ ).
11. Tast inn et av kvadrattallene dine på kalkulatoren, for deretter å taste kvadratrot-tegnet, hva viser displayet?
12. Prøv med to andre tall: Forstår du hva denne tasten "gjør"? Forklar skriftlig.
13. Tegn nå en rettvinklet trekant omtrent midt på rutearket. La de to korteste sidene i trekanten være et helt antall cm (lavere enn 10). La hjørnene i trekanten være punktet der fire ruter "møtes".
14. Nå kan du/dere hente arket på kateteret. Bruk minst tre minutter på å studere arket nøye. Kan du lese noe ut av bildet?
15. Kan du finne den lengste siden i trekanten, UTEN å måle?
16. Tegn en ny rettvinklet trekant, tenk gjerne på eplene og pærene?  
(Kravet til plassering av de to korteste sidene er den samme som nevnt før)
17. Kan du nå regne ut hvor lang den lengste siden er, ved hjelp av kalkulatoren?
18. Tegn enda en rettvinklet trekant, mål den lengste siden og en av de to andre.  
Klarer du nå å regne ut hvor lang den 3.siden er?
19. Til slutt... kan du formulere/skrive ned en regel som forklarer hvordan man kan finne en ukjent side i en rettvinklet trekant når du vet lengden til de to andre?

Ideen her er som nevnt min egen, kun inspirert av "eplene og pærene".  
Tar gjerne imot innspill.  
Gerd Nilsen



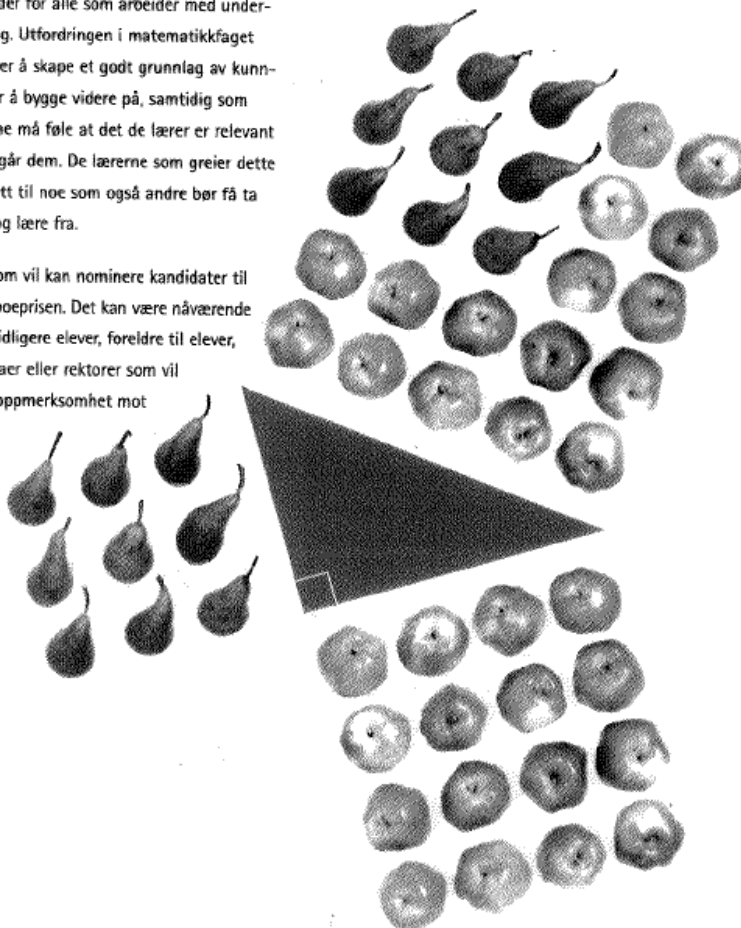
## Bernt Michael Holmboes minnepris

Norsk matematikkråd har opprettet Bernt Michael Holmboes minnepris, som vil bli delt ut første gang våren 2005. Holmboe-prisen kan gis til en eller flere matematikklærere i norsk grunnskole eller videregående skole. Prisen, som er finansiert av Abelprisen, er på 50 000 kr og skal deles mellom prisvinneren og skolen han eller hun kommer fra. Vi ønsker på denne måten å løfte frem gode matematikklærere-som forbilder for alle som arbeider med undervisning. Utfordringen i matematikkfaget i dag er å skape et godt grunnlag av kunnskaper å bygge videre på, samtidig som elevene må føle at det de lærer er relevant og angår dem. De lærerne som greier dette har fått til noe som også andre bør få ta del i og lære fra.

Alle som vil kan nominere kandidater til Holmboeprisen. Det kan være nåværende eller tidligere elever, foreldre til elever, kollegaer eller rektorer som vil rette oppmerksomhet mot

en matematikklærer som har gjort en innsats utover det vanlige. Legg ved en begrunnelse for hvorfor du mener at din kandidat bør få prisen, og navn på to referansepersoner som vi kan kontakte for å få ytterligere informasjon. Skjema og mer informasjon finner du på nettet: [www.holmboeprisen.no](http://www.holmboeprisen.no)

Fristen for nominasjoner er 17. januar 2005.



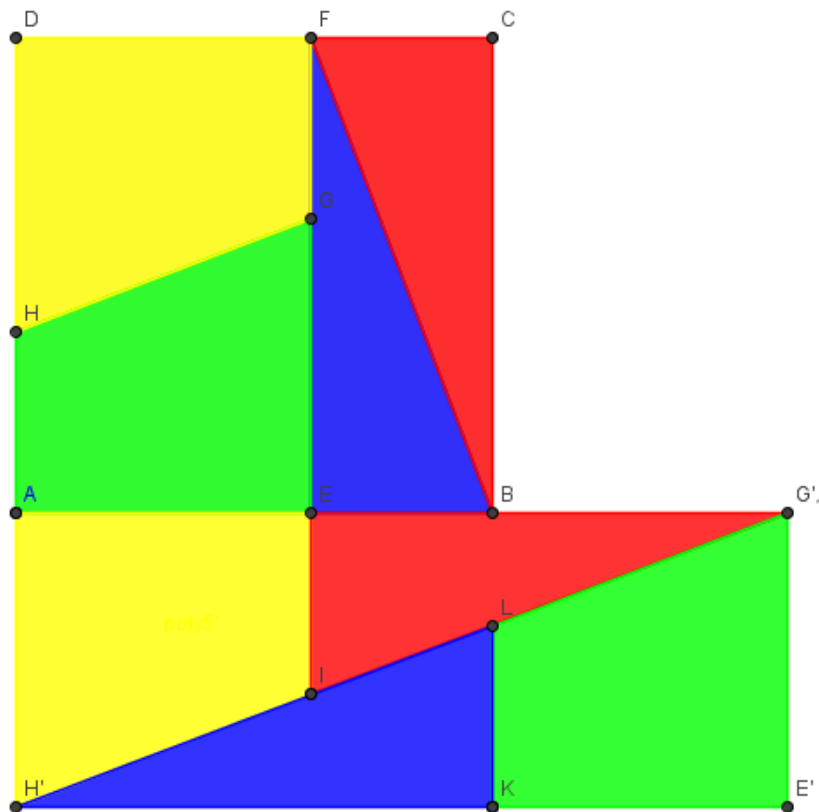
## Fra lureri med areal til tangens og fibonaccital

Let etter kvadratcentimeteren som kom, "så" og forsvant!

Ved Erik Torp Nilssen

### Beskrivelse

Et kvadrat på  $8 \times 8$  cm blir klipt opp i to trapes og to triangel, som så blir limt sammen til rektangel på  $5 \times 13$  cm. Arealet har vokst! Tilsvarende prosedyre som gjør kvadrat på  $13 \times 13$  cm om til rektangel på  $8 \times 21$  cm gir en ny overraskelse: Arealet har minket. Bildet er en forminskning av et kvadrat på  $21 \times 21$  cm ( $= 441 \text{ cm}^2$ ) som blir omformet til rektangel;  $13 \times 34 \text{ cm}$  ( $= 442 \text{ cm}^2$ ). Hvor er feilen?



### Forutsetning

Elevene er sannsynligvis i ungdomsskolen, kanskje i 9. eller 10. klasse, men selve oppgaven kan presenteres som tankenøtt allerede på mellomtrinnet når areal-begrepet er etablert.

Lærere i videregående skole får i dette opplegget en humørfyllt innledning til trigonometri; i dette tilfelle Tangens.

### Matematikk i fokus

Opplegget skal skape undring, kritisk sans og syn for nøyaktig arbeid. Dessuten – og det er

viktigere – skal det vekke interesse for trigonometriske funksjoner. I tillegg går det klare linjer til tallteori (Fibonaccitalene) og Det gyldne snitt. Vi kan også føre opplegget videre til algebra og formell bevisføring.

### Utstyr

Tegnepapir og blyant – eller enda bedre: tavle og kritt – er det beste, for unøyaktighetene blir lettere kamuflert på denne måten. Skal vi vise "klippe-og-lime-prosessen" med dynamiske geometriprogram (f.eks GeoGebra), som på vedlagt skisse, må kvadratet være 34 for å skjule "jukset". Men GeoGebra er nyttig i bearbeidelsen; dynamikken viser behovet for å bruke fibonaccital for å "få det til".

### Aktivitet/Opplegg

Kvadratet på  $8 \times 8$  tegnes opp, og vi blir fort enige om at dette er  $64 \text{ cm}^2$ . Kvadratet deles så i to rektangler, hhv  $3 \times 8$  cm og  $5 \times 8$  cm. Det største rektanget blir delt i to trapes der en vinkel er rett, og de to parallellene er 5 og 3 cm, mens det minste rektanget blir delt langs diagonalen i to rettvinklede trekanter. Med rotasjoner og parallellforskyvninger

settes delene sammen til rektangel med sider 5 og 13 cm, og arealet har vokst til 65 cm<sup>2</sup>. (Følg fargene på tegningen)

Tilsvarende prosess med utgangspunkt i kvadrat på 13\*13 cm (169 cm<sup>2</sup>) gir et nytt rektangel, men denne gangen har arealet minket til 8\*21 cm (168 cm<sup>2</sup>).

Elevene leter erfaringsmessig nøye etter målefeil, og som regel går det lang tid før de leter langs "diagonalen" i det sammenlimte rektangelet.

Spørsmålet kommer alltid: *er "skrålinjen" like bratt på trekanten som i trapeset?*

Spørsmålet formuleres gjerne mer eller mindre presist, men når eleven snakker om "bratt", er det vinkelen til "diagonalen" i rektangelet som er i fokus. Naturligvis er det ikke like bratt på trekanten som i trapeset, og *hvordan regner vi ut hvor bratt det er?*

Vegen er kort til å dividere høydeforskjellen på grunnlinjen i triangler og i trapes (med loddrette paralleller). Vi er kommet fram til et tangens-begrep. Noen kan nok også kose seg med pytagoras og finne sinus; men her gjelder det tangens.

<b>Kvadratside</b>	8	13	21	34	55	89	144
<b>Lang katet</b>	8	13	21	34	55	89	144
<b>Kort katet</b>	3	5	8	13	21	34	55
<b>Tangens til minste vinkel</b>	3/8	5/13	8/21	13/34	21/55	34/89	55/144
<b>Tangens med fem desimaler</b>	0,37500	0,38462	0,38095	0,38235	0,38182	0,38202	0,38194
<b>Bredde, trapes</b>	5	8	13	21	34	55	89
<b>Høydeforskjell, trapes</b>	2	3	5	8	13	21	34
<b>Tangens til stigningsvinkel</b>	2/5	3/8	5/13	8/21	13/34	21/55	34/89
<b>Tangens med fem desimaler</b>	0,40000	0,37500	0,38462	0,38095	0,38235	0,38182	0,38202

### Tips til læreren/variasjonsmuligheter og videre arbeid

Hvilke mål på kvadrat og oppdelte rektangler får illusjonen til å "stemme"? Her er GeoGebra velegnet til å vise at det blir helt "umulig" med tilfeldige tall, og oppklippingen inneholder prosesser som peker direkte på Fibonaccirekken, som godt kan introduseres på denne måten. Se i anbefalt litteratur.

Interesserte elever kan ha glede av å undersøke "om det alltid er slik" at forskjellen mellom kvadratet av et fibonaccitall  $F_n$  og produktet av  $F_{n-1}$  og  $F_{n+1}$  alltid er 1. Induksjonsbeviset som metode passer svært godt for fibonaccitall.

### Litteratur/leseforslag

**N. N. Vorob'ev:** Fibonacci Numbers. Pergamon Press, Oxford, 1961.

**S. Vajda:** Fibonacci & Lucas Numbers, and the Golden Section: Theory and Applications. Ellis Horwood, Chichester, 1989.

**Torgeir Onstad:** Fibonacci-tallene. Normat 1, 1991, s. 20 - 40

## Introduksjon til måling på første trinn.

Ved May Else Nohr og Hanne Hafnor Dahl

### Beskrivelse

Elevene skal introduseres for måling. Gjennom en aktivitet hvor elevene måler hverandre ved hjelp papirstrimler. Papirstrimlene skal måles like lange som elevene.

### Forarbeid

Papirstrimler i gråpapir, ca 20 cm brede og litt lengre enn elevene (150 cm)

### Matematikk i fokus

Hensikten med målingen er å se at målingen er en sammenligning av størrelse. Det er viktig for forståelsen av måling at elevene får arbeide med målinger hvor denne hensikten kommer tydelig fram.

Det er viktig å ta utgangspunkt i barns uformelle målinger; de er vant til å sammenligne hvem som har størst føtter, hvem som har bygget det høyeste tårnet. Og de vet at målinger kan foregå på ulike måter.

### Utstyr

Papirstrimler i gråpapir, ca 20 cm brede og litt lengre enn elevene (150 cm), sakser og fargeblyanter.

### Aktivitet/Opplegg

FORSTÅ:	ANVENDE	FERDIGHETER
<ul style="list-style-type: none"> <li>Måling som sammenligning av størrelser</li> <li>Begreper: større enn, mindre enn, like lange, høyere, lavere, lengde, høyde...</li> <li>Søylediagram og statistikk</li> </ul>	Kunne måle ved hjelp av ulike måleredskaper som papirstrimmel, prinsessens fot, meterstokk.	Måle "nøyaktig", sette strek, klippe etter streken

### Første økt med måling:

- Timen starter med at vi sitter i ring og har en samtale om hvordan vi kan måle elevene nøyaktig ved hjelp av en papirstrimmel.
- Eleven skal måle hverandre, to og to sammen. De skal klippe til papirstrimmelen sånn at den er like lang som eleven.
- De skal skrive navnet sitt på papirstrimmelen, fargelegge og pynte.

### Forslag til videre arbeid:

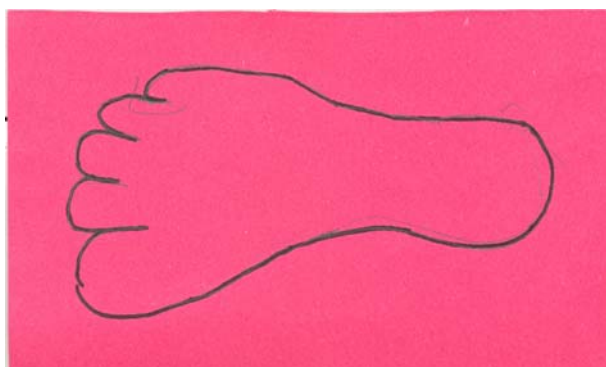
- Henge opp strimlene sine på veggen, etter størrelse.
- Sjekke at de er riktig målt og eventuelt juster den.
- Klassesamtale rundt begreper som større enn, mindre enn, like lange....
- Lese av "søylediagrammet", hvem er høyest, hvem er lavest, hvor mange er like lange, hvor mange er lavere enn Petter?.....
- Eleven kan måles igjen etter et halvt år og se hvor mye de har vokst.

### Tips til læreren/variasjonsmuligheter

#### Måling med fot:

**Eventyr:** Det var en gang for lenge, lenge siden. En konge som befalte at alle skulle måle med foten sin. Da sa en av vennene hans: "Det kan bli vanskelig for det kan være stor forskjell på størrelsen av føttene". Min fot er jo mye større en din fot. Mannen sa: "Jeg har en stokk som er 5 fot lang, en annen mann målte den samme stokken og sa: "Når jeg måler stokken, er den 10 fot lang". Den tredje av mennene målte at stokken var 8 fot lang. Så derfor blir det ikke riktig å bruke sin egen fot til å måle med. Kongen sa da: "For å løse problemet skal vi måle med en spesiell fot. Vi måler foten til den yngste prinsessens og bruker den.

"Se her er foten til prinsessen. Den er så stor" (Lærer viser fram et rosa ark med tegning av prinsessens fot).



- Lærer leser eventyret høyt for elevene.
- Dele ut "prinsessens fot", 15 \* 10 cm rosa lapp med en tegning av en fot på.
- Vise hvordan de flytter "foten" for å få en nøyaktig måling
- To og to elever måler sammen. Elevene velger hva de vil måle og skriver eller tegner hvor mange...
- Klassesamtale om hva de har målt og sammenligne resultatene, hvor lang var pulten, hvor mye lengre er kateteret, hva er lengst....

#### Måling med meterstokk eller målbånd

- Måle lengden på klasserommet ved å bruke flytte meterstokker
- La elevene prøve hvordan de kan måle
- Få i gang en samtale om dette
- Bruke tre meterstokker etter hverandre, se om elevene kan oppdage det at man må merke av eller flytte en og en stokk, ev viser lærer hvordan

# Geometriske bilder

**Ved Tommy Nordby**

## Beskrivelse

Mennesker har lenge interessert seg for egenskaper til geometriske figurer. Geometri gir oss muligheter til å beskrive og forstå naturlige og menneskeskapte objekter. I geometri er man ofte interessert i begreper som form, avstand, plassering, vinkel, areal og volum. Vi studerer kvalitative egenskaper til geometriske figurer og rom. Det å danne seg bilder, både på papiret og i hodet, er en viktig del av det å resonnerer rundt geometriske figurer. Alle geometriske figurer kan beskrives med et entydig matematisk språk. Dette språket inneholder mange begreper, begreper som må læres og forstås. Elevene kan lære mye geometri ved å tegne og utforske sine egne geometriske figurer. De kan også lære mye av å være mer oppmerksom på geometrien de ser og danne indre bilder. Aktiviteten egner seg godt for ungdomstrinnet.

## Forarbeid

Elevene bør kjenne til vanligste geometriske formene.

De geometriske bildene som skal brukes i de ulike aktivitetene bør kopieres opp, klippes ut og gjerne lamineres. Da holder de lenger og kan brukes igjen flere ganger. Diverse bilder av Bortnyik bør settes inn i f.eks en powerpoint-presentasjon og vises sammen med passende musikk.

## Matematikk i fokus

Aktuelle begreper: trekant, firkant, kvadrat, rektangel, sekskant, trapes, parallellogram, rombe, sirkel (runding), sammenligningsord som omhandler størrelser og plassering.

Aktivitetene gir elevene god trening i matematisk kommunikasjon. Man må uttrykke seg presist, og mottakeren må tolke informasjonen.

Målet med disse aktivitetene er å bruke det matematiske språket til å uttrykke elevenes bilder/ideer og til å forstå hverandres. Vi vil se på forskjellige typer geometriske bilder hvor noen kan forklares med enkle, hverdagslige beskrivelser til de mer avanserte som krever et presist matematisk språk. Å kunne kommunisere er en svært viktig del av matematikken og dagens matematikkundervisning. Gjennom kommunikasjon kan elevene dele geometriske ideer slik at de blir gjenstand for refleksjon og diskusjon. Ofte blir matematikk sett på som et teoretisk, svært abstrakt fag med mange formler og symboler. Den kommunikasjon som pågår er ofte skriftlig. Det er derfor viktig å trene på matematisk muntlig kommunikasjon.

Læresamtaler har vært introdusert i Skien gjennom MILL-programmet og innføring og bruk av læringsstrategier basert Criss-strategiene – "Lære å lære" av Carol Santa. Her står tanken om den aktive elev i sentrum. Samtaler utvikler individuell forståelse. Kunnskap er bygd opp på en sosial måte og vi lærer ved å føre samtaler med hverandre. Å snakke hjelper oss altså til å klargjøre hva vi vet.

Mogens Niss og Thomas Højgaard Jensen beskriver *helhetlig kompetanse* i matematikk i rapporten *Kompetencer og matematikklæring*, 2002. Den helhetlig kompetansen deles opp i åtte delkompetanser. To av disse kompetansene vil jeg beskrive ifm dette opplegget.

## Kommunikasjonskompetanse

Kompetanse i kommunikasjon inneholder å kunne *sette seg inn i og fortolke* andres matematikkholdige skriftlige, muntlige eller visuelle utsagn og "tekster". Samtidig må de selv kunne *uttrykke seg* om matematiske forhold på ulike måter og på forskjellig nivå av teoretisk og teknisk presisjon, både skriftlig, muntlig og visuelt for forskjellige kategorier av mottakere.

*Dette betyr at det kan være muntlig eller skriftlig, og begge disse formene kan fungere på mange måter og på ulike plan. Elevene må trenes i å kommunisere på mange ulike måter og til mange ulike mottakere. Matematisk kommunikasjon vil være ulike om en kommuniserer til seg selv, en medelev, læreren, eller noen som ikke kjenner det stoffet som skal kommuniseres. Videre kan kommunikasjon foregå i hverdagspråk eller et formelt matematisk språk. Det må være et mål at elevene skal beherske alle ulike former for kommunikasjon, og kunne "oversette" mellom de ulike formene.*

## Representasjonskompetanse

Representasjonskompetanse inneholder å kunne *forstå og avkode, tolke og bruke* ulike representasjoner av matematiske objekter, fenomener, problemer eller situasjoner. Denne kompetansen inneholder også bruk av symboler (også algebraiske), visuelle, geometriske, diagrammer, tabeller, verbale representasjoner og konkrete representasjoner, det å kunne *forstå forbindelsene mellom* ulike representasjonsformer, kunne velge blant dem og oversette mellom dem.

*Denne kompetansen inneholder altså evne til for eksempel å kunne tegne en figur for å rydde tankene, finne et mønster, system eller sammenheng. Det betyr også å kunne bruke gjenstander, figurer, tabeller og liknende til å gjøre abstrakte ting mer konkret og omvendt.*

## Utstyr

Papir i forskjellige farger, blyant, linjal og passer.  
Bilder fra kopioriginaler  
Geometriske brikker (logiske brikker)

## Aktivitet/Opplegg

Den første aktiviteten utfordrer elevens visuelle ferdigheter, evnen til å memorere og evnen til å tegne og lage geometriske figurer. Elevene får se et bilde med noen geometriske figurer i tre sekunder før bildet blir tatt vekk. Deretter skal de prøve å tegne de geometriske figurene slik de mener å huske figurene så ut. Så får de se figurene i tre nye sekunder. Elevene kan gjøre eventuelle endringer, dersom de oppdager forskjeller fra det originale bildet til sin tegning.

Den andre aktiviteten starter med en global innledning hvor noen malerier av den ungarske kunstneren Sándor Borhyik blir presentert. Han er kjent for å lage malerier bygd opp av geometriske figurer. Deretter deles elevene inn i grupper på 2-3 elever. En elev på gruppa får utdelt et bilde med geometriske figurer. Eleven holder bildet skjult for de andre elevene. Aktiviteten går ut på at den eleven som sitter med bildet skal forklare de andre på gruppa hvordan bildet ser ut. På de enkleste bildene er flere geometriske figurer satt sammen slik at de ligner på noe som kan beskrives med hverdagslige ord og begreper, for eksempel en fugl. På de mest avanserte bildene er man nødt til å bruke et presist matematisk språk for og nå frem. La alle elevene få prøve å forklare hvordan et bilde ser ut.



Da alle elevene har hatt muligheten til å forklare sine bilder for hverandre, diskuter følgende i klassen. Svarene elevene kommer med skrives ned og deles. Gjennom diskusjonen, lag en liste over hvilke tanker/ord som er blitt brukt for å beskrive noe som har vært spesielt vanskelig, fordi man har manglet begrep for dette. (Nødvendige begreper som trengs, men som er ukjent for elevene). Hva er blitt sagt i forklaringene for at de andre elevene skal forstå nettopp denne delen av bildet, og hva er sagt for å eliminere eventuelle misforståelser.

Som avslutning på dette opplegget lager elevene til slutt sine egne bilder, inspirert av Bortnyik. Elevene klipper ut ulike geometriske figurer som de limer på et ark. Deretter forteller de sine medelever hvordan bildet ser ut, uten å vise det før hele bildet er forklart. De kan selvfølgelig også tegne geometriske bilder.

### **Tips til læreren/variasjonsmuligheter**

I aktivitet nr 2 kan man bruke logiske brikker i stedet for bilder fra kopioriginalene. Da kan elevene lage egne bilder med brikkene som de så forklarer for sin sidemann. Før øvelsen kan starte må elevene få fem minutter til utforske mønsterbrikkene. Deretter jobber elevene sammen to og to. En liten skillevegg kan være greit å ha, slik at elevene ikke kan kikke på hverandres "bilder".

Deretter kan du følge denne oppskriften for videre arbeid.:

Elev 1 designer et bilde med mønsterbrikkene. Bilde skal være "flatt", dvs elevene skal ikke bygge "tårn" av brikkene.

Elev 1 vil så beskrive sitt bilde til elev nr 2. Eleven får kun lov til å bruke ord – ingen gestikulering, tegninger eller andre visuelle ledetråder. Elev nr 2 kan stille oppklarende spørsmål, men en skal likevel ikke stille for mange spørsmål. Målet er at elev nr 1 klarer å beskrive sitt bilde uten avbrytelser fra elev nr 2.

Elev nr 2 vil prøve ut fra elev nr 1 sine beskrivelser å lage samme bilde med sine mønsterbrikker. Når elev nr 1 har forklart seg ferdig og elev nr 2 er ferdig å bygge sitt bilde, fjerner man skilleveggen og sammenligner bildene.

Så bytter elevene rolle.

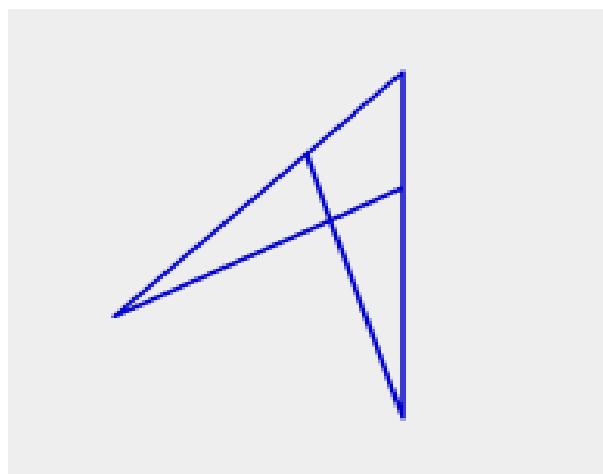
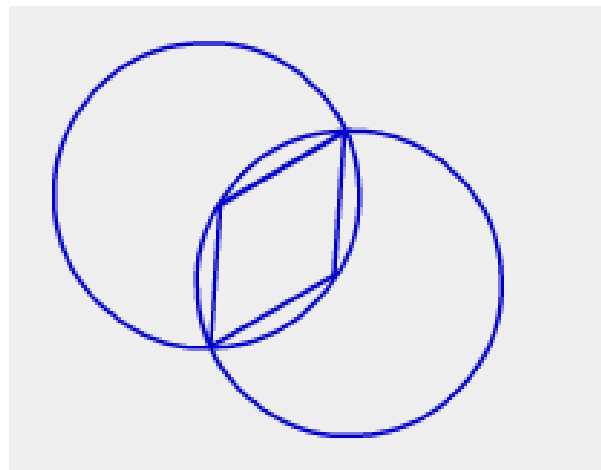
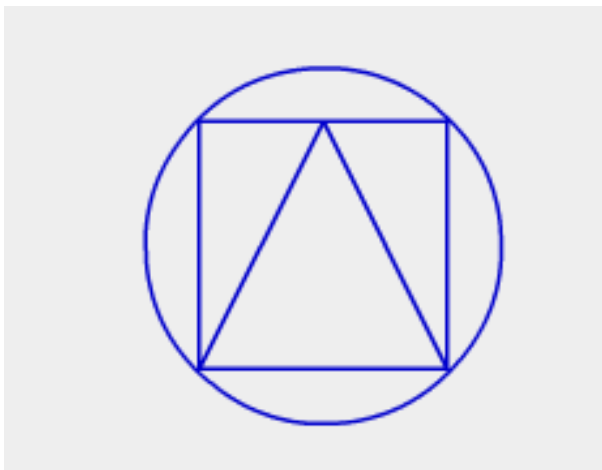
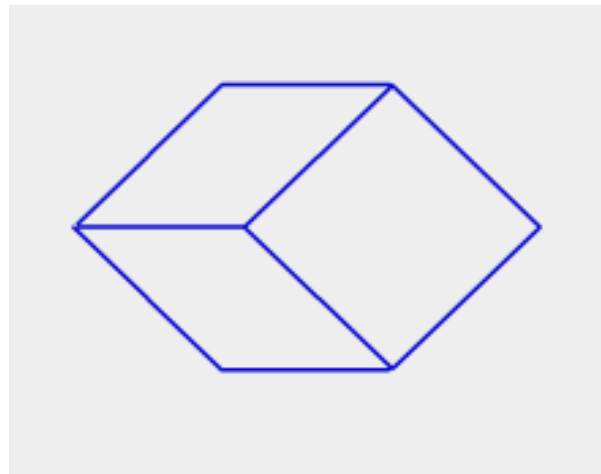
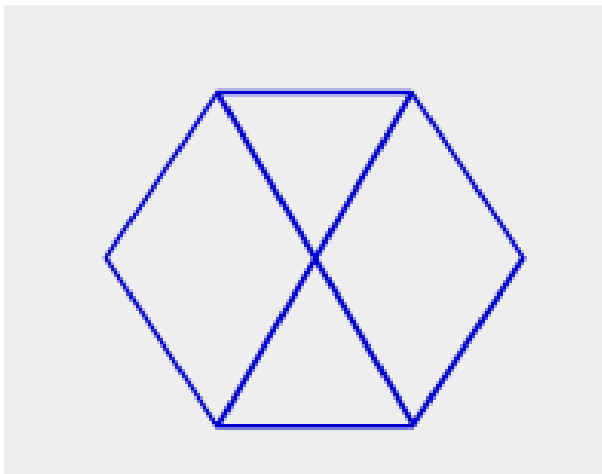
En kan også lage "bilder" av koordinatsystemer med grafer, geometriske figurer og lignende avbildet i koordinatsystemet. Elevene forklarer da for hverandre hva som er avbildet i sitt koordinatsystem. Se vedlegg.

### **Litteratur/leseforslag**

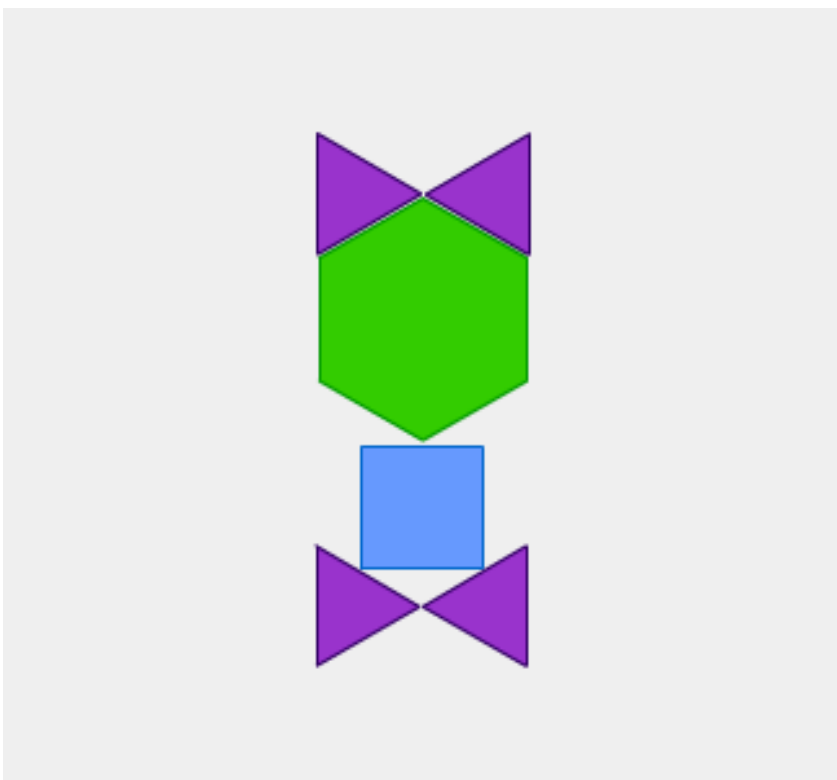
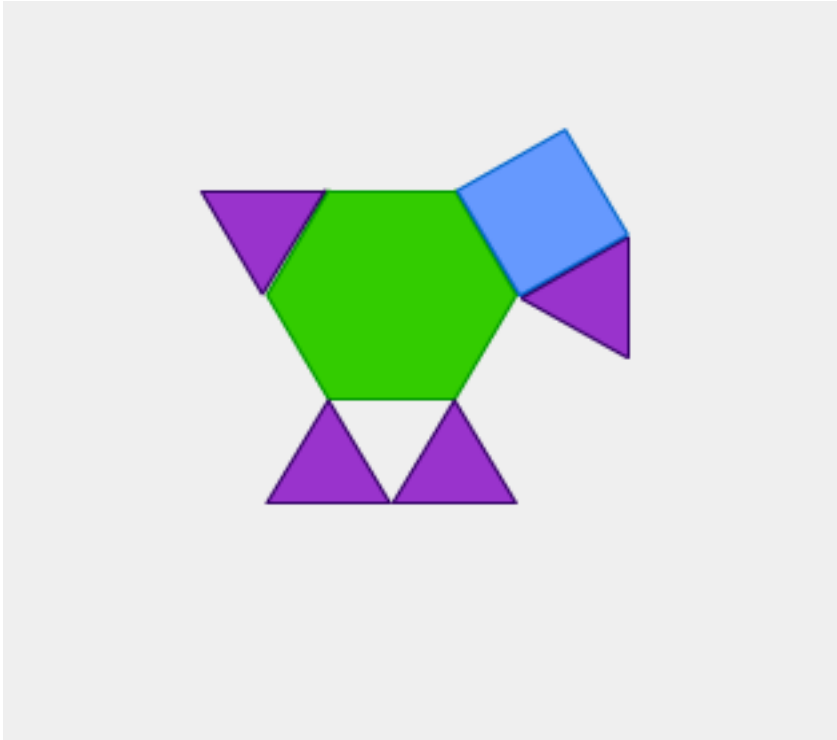
<http://www.learner.org/courses/learningmath/geometry/>

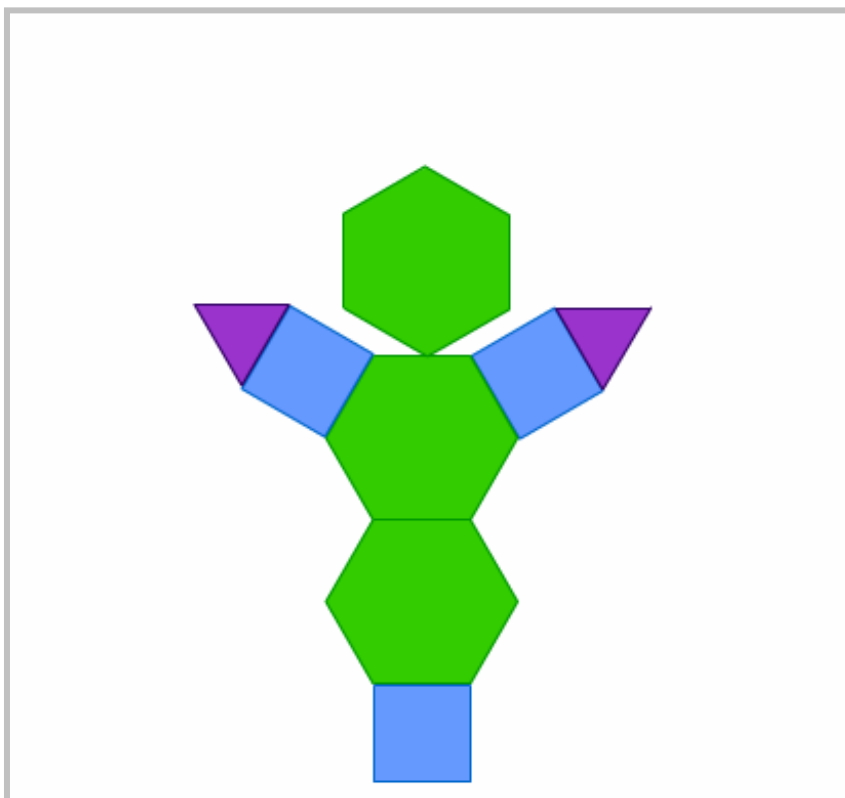
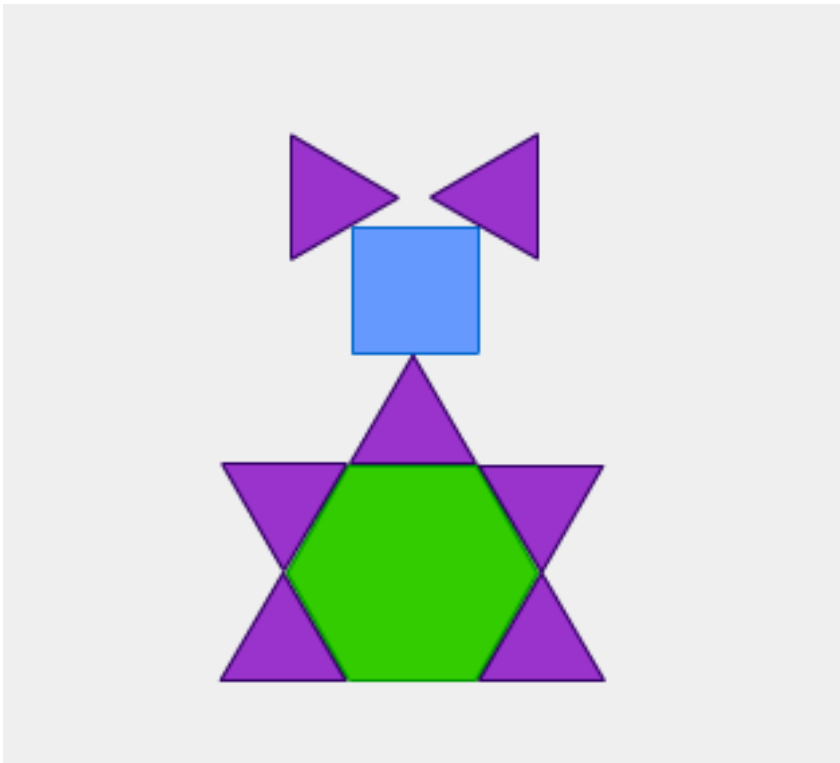


**Kopioriginaler til aktivitet nr 1.**



## Kopioriginaler til aktivitet nr 2.





**Eksempler på spørrekort. Klarer du å lage figurene.**

(Beskrivelsene passer til to av bildene fra aktivitet nr 2.)

**Aktivitetskort nr. 1**

Bruk beskrivelsen til å lage figuren.

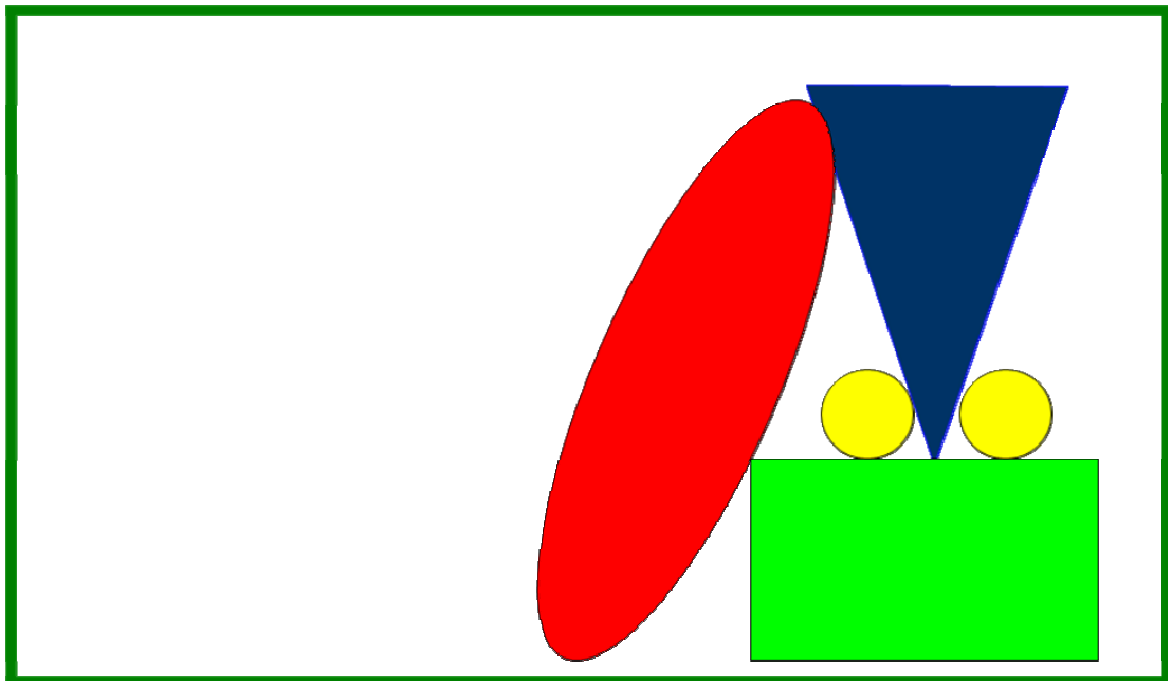
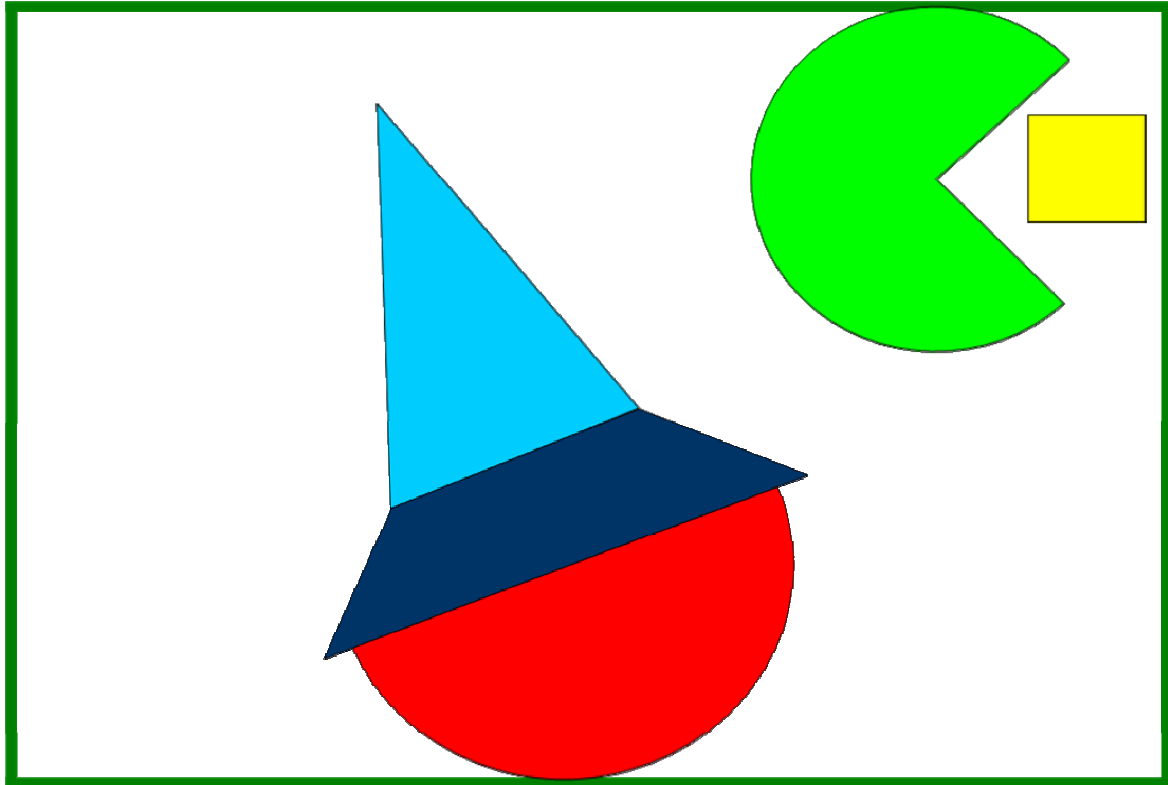
1. Figuren ligner på en fugl
2. Kroppen består av en sekskant
3. Hodet er et kvadrat
4. Den har en trekant til nebb og stjert
5. Hvert bein lages av en trekant

**Aktivitetskort nr. 2**

Bruk beskrivelsen til å lage figuren.

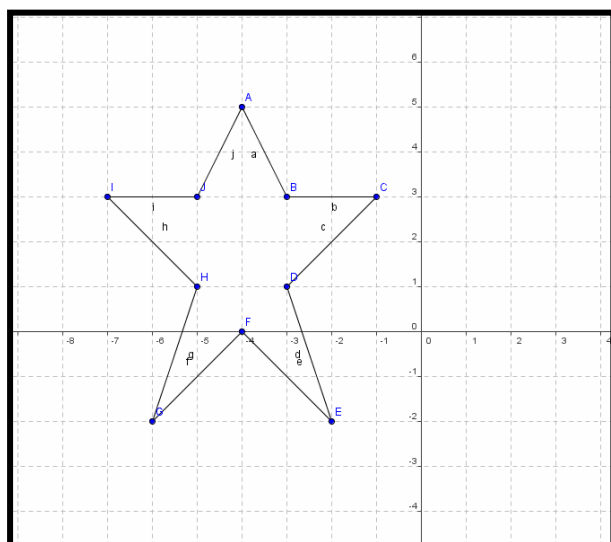
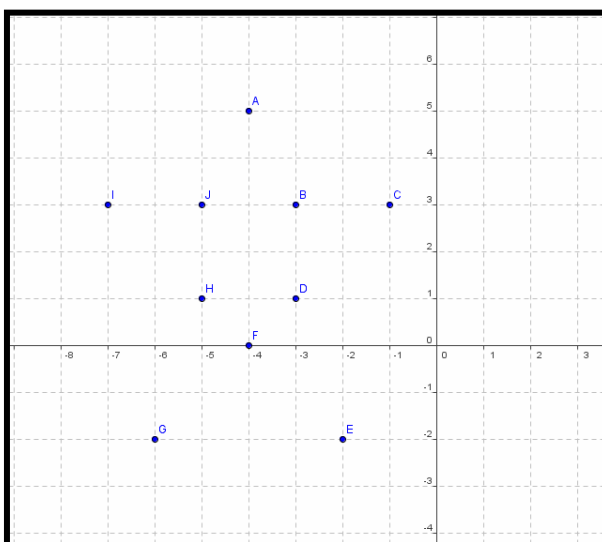
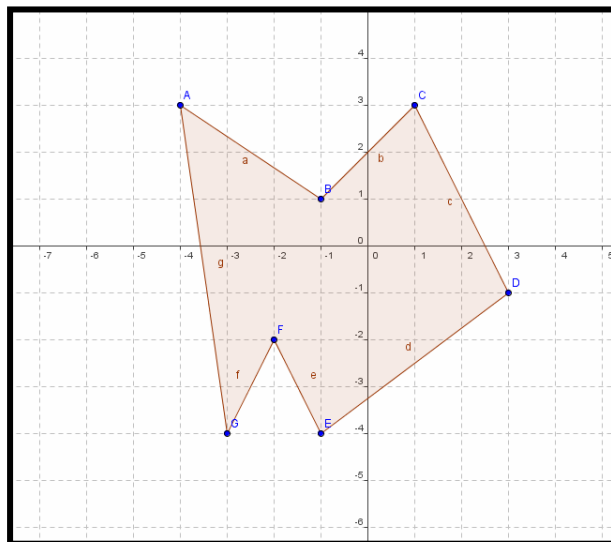
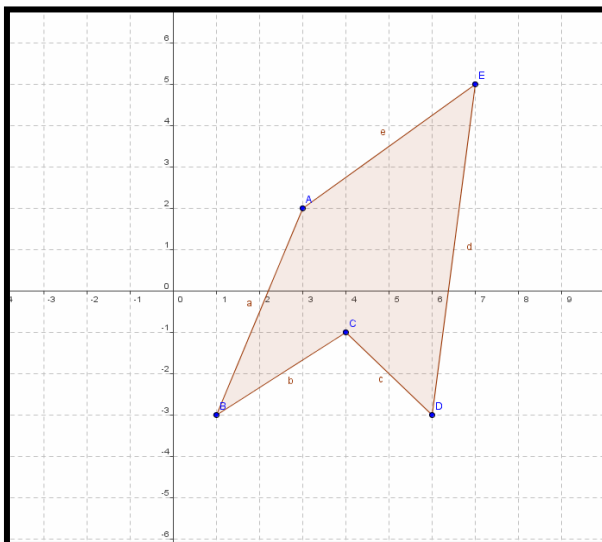
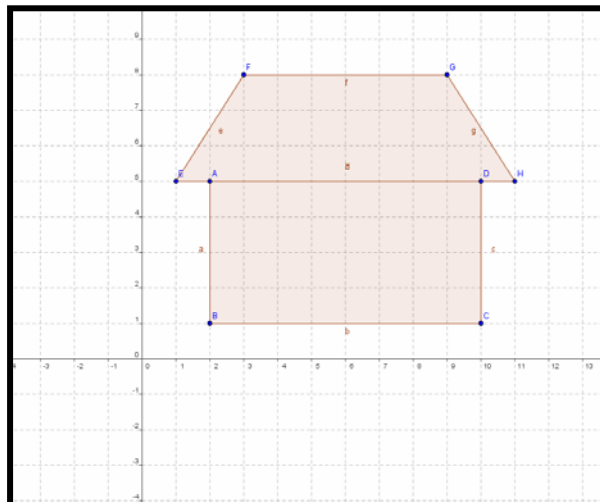
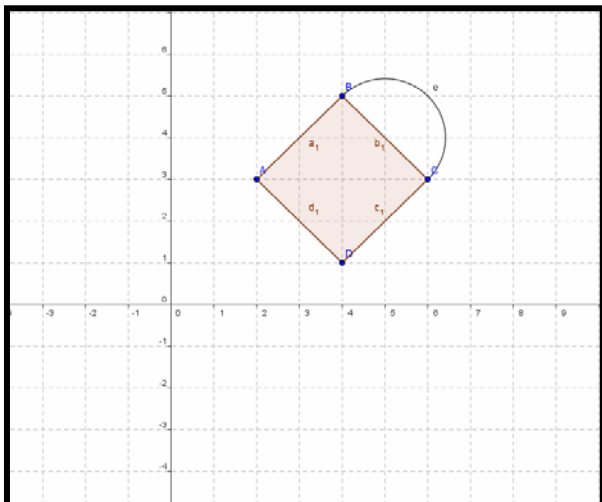
1. Start med en sekskant.
2. På hver side av toppen på sekskanten plasserer du en trekant. (Seksanten må roteres slik at et hjørne peker oppover).
3. Midt på undersiden av sekskanten plasserer du et kvadrat.
4. På undersiden av kvadrat plasserer du to trekanter. Hjørnene til de to trekantene møtes på midten, samtidig som en side av trekantene berører de to underste hjørnene på kvadratet.

**Eksempler på egenproduserte "Bortnyik-bilder".**



## Eksempler på bruk av "bilder" i koordinatsystem.

"Bildene" er laget i GeoGebra.



# Rektangler

**Hva er rektangel? Areal. Omkrets.**

**Ved Brynhild Nystedt**

## Beskrivelse

*Hva er et rektangel? Hvilke egenskaper gjør firkanten til et rektangel?*

*Hvordan finner vi omkrets?*

*Hvordan finner vi areal?*

*På hvor mange måter kan et gitt antall brikker settes sammen til rektangler?*

*Elevene utforsker og finner løsninger ved hjelp av kvadratiske tellebrikker, tegner*

*løsningene inn i rutenett og registrerer resultatene i tabell.*

*Elevene skal oppdage at rektangler med like stort areal har ulike omkretser.*

**Klassetrinn:** 5. – 6. klasse

## Forarbeid

*Ark med definisjoner av geometriske figurer er innledningen for elevene.*

*For at elevene skal ha en felles forståelse for begrepene, skal de individuelt fylle ut arket, for deretter gjennom samtale og komme fram til gruppas "definisjon".*

<b>Rektangler.</b>	
Hva er et rektangel?	<div></div>
Hva er omkrets? Hvordan finner vi omkretsen?	<div></div>
Hva er areal? Hvordan finner vi arealet?	<div></div>

*Begrepene areal og omkrets bør repeteres. En del elever blander begrepene og trenger derfor å få det repetert før en går i videre.*

## Matematikk i fokus

*Egenskaper ved rektangler.*

*At samme areal kan gi ulike omkretser.*

*Se sammenhengen til multiplikasjon. Multiplikasjon som areal – areal og multiplikasjon.*

*Oppdage nytten av multiplikasjonstabellene inn i andre matematiske temaer.*

*Kvadratet som er et spesialtilfelle av rektangeldefinisjonen.*

## Utstyr

*Kvadratiske tellebrikker*

*Skjemaer*

*Papir med kvadratiske ruter*

## Fargeblyanter

### Aktivitet/Opplegg

Gruppe eller pararbeid. Dialogen som et viktig ledd i arbeid med begreper.

- 1) Alle elevene fyller ut skjemaet med sin forståelse av hva et rektangel er, og arbeider med beregninger av areal og omkrets. De elevene som skal arbeide sammen, par eller gruppe, setter seg sammen og presenterer sine individuelle oppfatninger av begrepene. Målet er at de gjennom dialogen skal komme fram til en felles beskrivelse/forståelse av begrepene før de går videre.
- 2) Deretter får de utdelt kvadratiske tellebrikker, ruteark og skjema/tabell for utfylling. Det kan være greit å starte med å gi elevene et antall brikker som gir mange ulike muligheter til å lage rektangler. For eksempel 36.

Fig.A

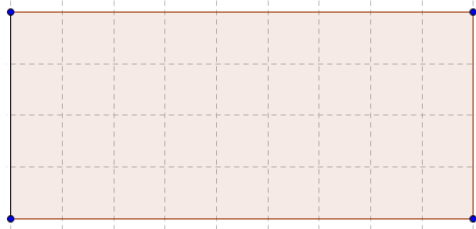
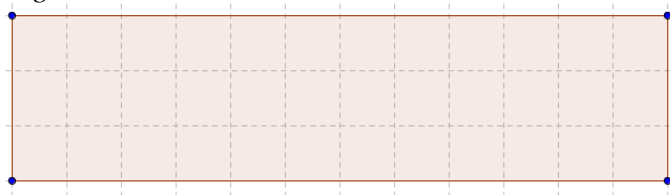


Fig B



Underveis fyller elevene ut tabellen for figurene de lager.  
Se at arealet selvfølgelig blir det samme, men at omkretsen forandrer seg.

<u><b>Rektangler.</b></u>				
Antall brikker <u>36</u>				
"Navn"	areal	omkrets	lengde	bredde
A	36	26	9	4
B	36	30	12	3
C				

Hvilket har størst omkrets? \_\_\_\_\_



- 3) Elevene kan deretter gjenta oppgaven med et nytt antall brikker. Gjenta samme arbeidsgang
- 4) Fordi mange ikke oppfatter kvadratet som et alternativ for begrepet rektangel legger en inn oppgave med 25 brikker. Dette får elevene til å vurdere om det bare finnes ett alternativ, eller om et kvadrat kan være et alternativ.
- 5) *"Jeg skal lage en hundegård som skal være  $36 \text{ m}^2$ . Nettingen som skal være rundt hundegården koster mye/er dyr. Hvordan anbefaler dere at jeg utformer den for å holde kostnadene nede (og for å få en funksjonell hundegård)?"*

#### Kommentarer.

Mange oppfatter ikke kvadratet som et rektangel. Arbeid med denne oppgaven kan sette i gang diskusjoner om dette hos elevene. Gi elevene tid til å diskutere litt på egen hånd og komme med mulige ideer og begrunnelser. Etter en stund stiller de gjerne spørsmål til lærer om kvadratet kan være med.

*Hva er definisjonen på et rektangel?*

Gjennom å rette fokus mot egenskapene som definisjonen beskriver, kan en la elevene reflektere over om kvadratet tilfredsstiller kravene for rektangel.

*Er dere sikre på at dere har funnet alle mulighetene?*

For hvert antall brikker kan dette spørsmålet stilles.

Diskusjonen i elevgruppa viser at de etter hvert kommer fram til at de egentlig bare kan finne hvor mange mulige multiplikasjonsstykker de kan lage som har dette produktet.

Mange reflekterer ikke over at et gitt areal kan gi rektangler med ulike omkretser.

#### **Tips til læreren/variasjonsmuligheter**

Opgaven kan videreføres ved at man også undersøker hva som skjer om en holder omkretsen fast.

Hvilke erfaringer gjør en da?

Arbeid med fast omkrets kan en gjøre ute. Med et tau kan elevene erfare at arealet av en firkant øker når sidene blir lik i lengde – altså et kvadrat.

Om en ønsker kan en undersøke hva som skjer om figuren blir en sirkel.

Andre konkretiseringsmidler som kan benyttes:

Geobrett

Arbeidsarkene følger som vedlegg.

(Redegjøre for forståelse for følgende begreper;)

**Rektangler.**

Hva er et rektangel?

Hva er omkrets?

Hvordan finner vi omkretsen?

Hva er areal?

Hvordan finner vi arealet?

**Rektangler.**

Antall klosser \_\_\_\_\_

"Navn"	areal	omkrets	lengde	bredde
A				
B				

Hvilket har størst omkrets? \_\_\_\_\_

## **Bruk av mappeoppgaver i matematikk på ungdomstrinnet**

**Åpner for bruk av spennende oppgaver og konstruktiv vurdering og veiledning**

**Ved Elisabeth Moe Omland**

### **OPPGAVENE**

Gjerne rike oppgaver, som kan hentes innenfor ulike tema.

**Eksempel 1** - denne ble utført som gruppeoppgave, men hver elev måtte levere egen besvarelse.

#### **Mappeoppgave: Platoniske legemer, mm**

- Bygg de platoniske legemene
- Tegn hvert av dem
- Fortell litt om dem, og gi en geometrisk beskrivelse av hver figur
- Bygg gjerne flere figurer, feks antiprismen
- Fyll ut skjema, og finner dere et mønster?

(hjelpemidler. Jovobrikker, tegninger av platoniske legemer, skjema for Eulers formel)

#### **Eksempel 2**

#### **Mappeoppgave      Investeringen**

Vi tenker oss at du har jobb og inntekter...

Du skal gjøre en investering i f.eks. leilighet, bil, motorsykkel.. Finn en passende annonse på Internett eller i avisa.

Sjekk opp lånemuligheter, og gjør passende beregninger.  
Lag gjerne en spareplan.

Her gjelder det å anvende matten innenfor økonomi!

## Vurderingen

Elevene får en foreløpig vurdering etter hver oppgave, her sier jeg hva som er bra med oppgaven, og jeg gir tips om hva de kan gjøre om de ønsker å forbedre besvarelsen. Ved denne vurderingen gir jeg ikke karakter, men jeg antyder om oppgaven er over middels, middels eller under middels.

### Eksempel på vurderingsskjema:

**Hva er bra?**

---

---

**Forslag til forbedringer**

---

---

**For seinere innleveringer:**

**Hvilke forbedringer har du gjort?**

---

---

**Lærers vurdering:**

---

---

I løpet av semesteret har elevene gjerne gjort ca 5 oppgaver. Da velger de ut de to oppgavene de synes er best, og gjør en egenvurdering av disse. Så får de vurdering med karakter av meg.

Eksempel på skjema:

## Mappevurdering i matematikk

Dette er siste sjanse til å gjøre en innsats for mattekarakteren i 8. klasse!

Du skal velge TO av oppgavene og selv gi en vurdering av disse.

Ta hensyn til :

- Innhold : Hvilke tema innenfor matematikk viser du at du behersker
- Førings: Har du en tydelig og ryddig førings?
- Vanskelighetsgrad – Har du for eksempel løst noen nøtter
- Kreativitet – Har du løst noen oppgaver på en spesiell, fantasifull eller morsom måte

Oppgaver å velge mellom: 8 Regneark  
9 Valuta  
10 Trekanter  
11 Tangram

Noter om det er noen oppgaver du har avtale om å ikke levere!

Oppgave\_\_\_\_\_

Elevvurdering

Lærervurdering

## Geometri – transformasjon

### Speiling, rotasjon og parallellforskyving – 4. trinn

Ved Tine Foss Pedersen

#### Beskrivelse

Elevene skal lage et bilde bestående av trekanter og/eller firkanter ved hjelp av speiling, rotasjon og/eller parallellforskyving.

#### Forarbeid

Begrepene speiling, rotasjon og parallellforskyving må gjennomgås på nytt. Rotasjon var et nytt begrep for elevene, så vi jobbet en del med dette.

#### Matematikk i fokus

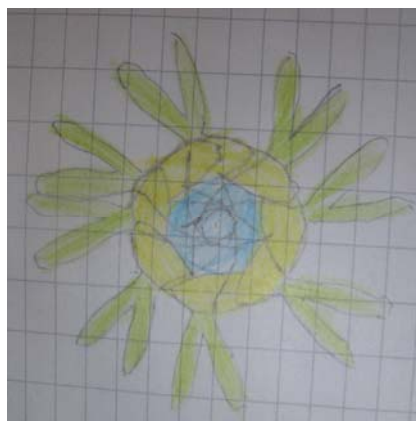
Opplegget har fokus på de geometriske transformasjonene speiling, rotasjon og parallellforskyving. I tillegg arbeider vi med trekanter og firkanter, bl.a. hvordan klippe kvadrater og rektangler slik at vi får trekanter.

#### Utstyr

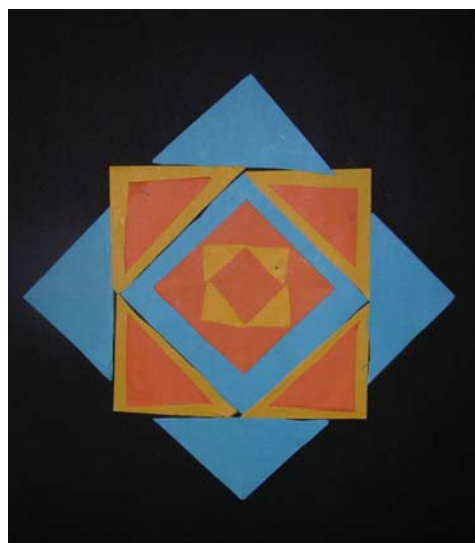
- △ Rutebok
- △ tynn papp
- △ fargeblyanter
- △ farget ark kuttet i kvadrater og rektangler
- △ svarte ark
- △ sakser
- △ lim.

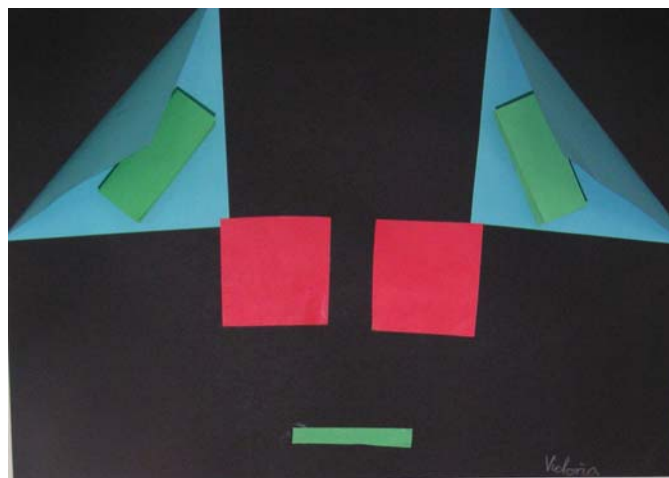
#### Aktivitet/Opplegg

Vi startet med å gjennomgå begrepene speiling, rotasjon og parallellforskyving. Etter gjennomgang på tavla, tegnet elevene eksempler i ruteboka si for å illustrere hvert begrep. De markerte også symmetrilinjer og rotasjonspunkt. Rotasjon var et nytt begrep for elevene som også viste seg å være litt vanskelig (ordene rotasjon og rotering er ikke ord elevene bruker). Det ble derfor satt av ekstra tid til arbeid med dette begrepet. Elevene klippet ut en figur i tynn papp. Denne figuren festet elevene til ruteboka med tegnestift. Tegnestiften gjør det enklere å ha et fast rotasjonspunkt. Elevene tegnet rundt figuren, roterte den, tegnet rundt figuren på sin nye plassering, roterte den igjen osv. Tilslutt fargela de sluttfiguren.



Når elevene var trygge på begrepene, startet de med forarbeidet til bildet de skulle lage. Elevene hadde tilgang på ferdig kuttet kvadrater og rektangler i farget ark. De fikk lov til å klippe i disse ved behov, men kun for å lage trekanter eller firkanter i andre størrelser. Først eksperimenterte de med å lage forskjellige bilder i ruteboka si. De brukte firkanter og trekanter for å synliggjøre speiling, rotasjon og parallellforskyving. Når de var ferdige med eksperimenteringsfasen og hadde bestemt seg for hvordan bildet skulle se ut, startet de på selve bildet. Bildet skulle bestå av firkanter og/eller trekanter limt på svart ark. Noen elever valgte et av bildene de hadde kommet fram til i eksperimenteringsfasen, mens andre kombinerte rotasjon med f.eks. forskyving. På sluttproduktet tegnet de ikke inn symmetrilinjer eller rotasjonspunkt slik at elevene i etterkant kan studere hverandres bilder og selv finne symmetrilinjene og rotasjonspunktene.





### Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Bruk god tid på gjennomgang av begrepene og forarbeidet til bildet. Spesielt rotasjon kan være vanskelig for elevene. Ved å jobbe med pappfiguren de fysisk roterte fikk de en slags a-ha-opplevelse de ikke fikk da de kun tegnet eksempel på rotasjon. Oppfordre elevene til å bruke figurer som ikke er symmetriske for å synliggjøre forskjellen på speiling og parallellforskyving. Vi brukte også overhead til å vise speiling, forskyving og rotasjon. Elevene fikk da tydelig se hvordan man flytter på figuren for å speile den, rotere den eller forskyve den. De prøvde dette selv på overheaden også og flere sa: "Åh, nå skjønnte jeg det!"

### Litteratur/leseforslag

Ideén om å bruke tegnestift for å holde fast ved rotasjonspunktet er hentet fra Multi 4A Læreren bok, Gyldendal forlag.



## Geometri

### Speiling, parallellforskyvning og rotasjon – 4.trinn

Ved Inger - Lise Risøy

#### Beskrivelse

Utforsking og eksperimentering av kvadrater og rektangler i forhold til speiling om en linje, parallellforskyvning og rotasjon rundt et punkt. Hovedopplegget var speiling om en linje, men de som var raskest ferdig fikk også laget bilder med rotasjon rundt et punkt. Hvordan lage trekanter ut fra et kvadrat eller rektangel?

Produkt: Dekorasjon på perm eller på ark.

#### Forarbeid

Repetisjon av speiling om en linje og rotasjon rundt et punkt. Brukte geometriprogrammet GeoGebra på digital tavle for å demonstrere speiling og rotasjon.

#### Matematikk i fokus

Kompetansemål etter 4. trinn. Kunnskapsløftet.

- kjenne att og bruke spegelsymmetri og parallellforskyving i konkrete situasjoner.
- plassere og beskrive posisjoner i rutenett, på kart og i koordinatsystem, både med og utan digitale verktøy.
- samanlikne storleikar ved hjelp av høvelege målereiskapar og enkel berekning med og utan digitale hjelpemiddel.
- Kunst og håndverk – design:
  - eksperimentere med enkle geometriske former ..... som dekorative formelementer.

#### Utstyr

- Origamipapir i ulike farger – kvadrater (15 x 15 og 20 x 20).
- Papirkutter.
- Saks
- Lim
- Linjal
- Kontaktpapir
- Ruteark-centimeterark
- A4 og A3-ark + arbeidspermene til elevene.

#### Aktivitet/Opplegg

Oppstart i hel klasse med diskusjon av hva ser vi i et speil. Hva er speiling i matematisk sammenheng?

Bruk av digital tavle og geometriprogrammet GeoGebra.

GeoGebra: Rutenett og tegne speilingslinje ved å lage to punkt og trekke linje igjennom. Hele tiden fokus på å bruke matematiske begreper.

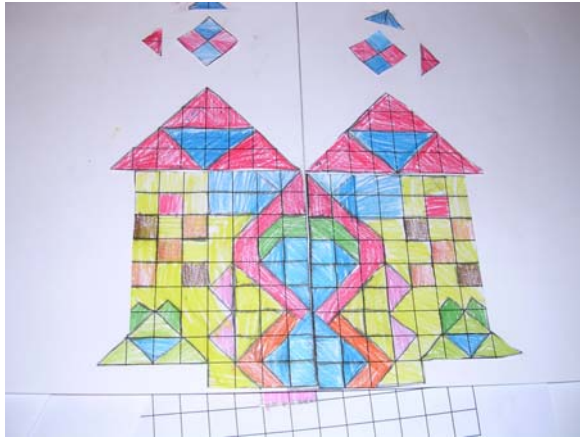
Tegn 4 punkter som danner et kvadrat i rutenettet (3 x 3, eller 4 x 4 ruter).

Trekk linjene. Hvordan speiler vi dette kvadratet? Forslag fra elevene. Vi kopierer punktene med lik avstand og trekker linjene. Har vi greid det?

Deretter en trekant med samme prosedyre. Så viser vi hvordan programmet lager speilingen selv ved å bruke speilingsverktøyet. For 4. klassinger er det som å trylle for dem. De blir enormt imponert☺

Nå skal elevene forske. De får ruteark (centimeterark) og lager en speilingslinje. Fokus på rette linjer, bruke linjal og benytte rutene som hjelp. GeoGebra-programmet blir

stående en stund på den digitale tavla som visuell hjelp. De tegner punkter som utgjør et kvadrat eller et rektangel på ene siden av speilingslinjen, og så prøver de å speile figuren de har laget. Etterpå testes andre figurer.



Noen lagde "vanskelige" figurer og oppdaget at de ikke speilet, men laget parallellforskyvning. Vi fikk en fin samtale om det og fikk avklart forskjellen på speiling og parallellforskyvning av en figur. Her kunne vi brukt speilograf for å sjekke, men elevene var flinke til å veilede hverandre. Etter utforskning av speiling, fikk de nye ruteark. Nå var tiden inne til å lage arbeidstegning av det ferdige produktet som enten skulle bli et bilde eller en dekorasjon på arbeidspermen. De tegnet nøye og satte farger på. Arbeidstegningen skulle være utgangspunktet for det endelige bildet deres.

De valgte perm eller ark. På permen tegnet lærer opp speilingslinjen med vannfast tusj. De som valgte ark brettet selv arkene på midten og brukte brettelinjen som speilingslinje.

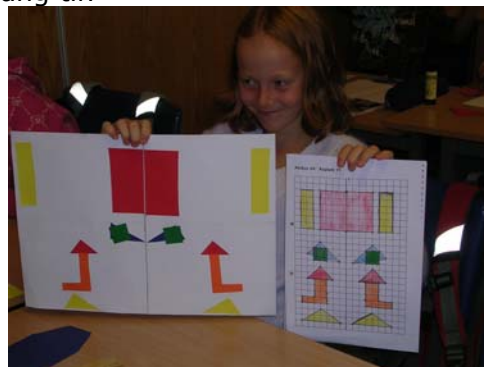
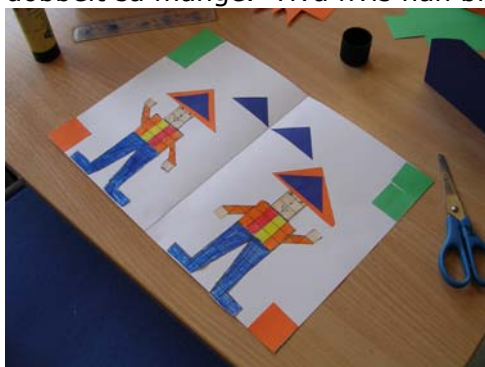


Lærer viste et av de tilgjengelige kvadratene og spurte: "Hvordan skal vi klare å lage trekanter?"

Forslagene strømmet på. Dette må vi forske på! Alle fikk hvert sitt kvadrat. Klarer dere å lage trekanter kun ved å brette?

Engasjerte elever kom villig fram og forklarte sin løsning. Fokus fra lærer var at de skulle bruke matematiske begreper i forklaringen sin. Noen forsket videre og fant ut at de kunne lage mange små ved å brette mange ganger. En elev hadde brettet til det var 8 trekanter og foreslo å brette en gang til. "Hvor mange trekanter får han nå?" Vi

gjettet og spenningen var stor når han brettet ut og talte alle trekantene sine. Det ble jo dobbelt så mange. "Hva hvis han bretter en gang til?"





Her er et eksempel av arbeidstegning og det ferdige produktet.

Elevene brukte linjal når de ut fra arbeidstegningen, laget bildet på ark eller perm. Det var viktig å måle like avstander mellom speilingslinjen. De klippet figurer og fant fort ut at det var lurt å klippe "dobbel" i pappen. Da fikk de 2 helt like figurer. Det ble mange flotte bilder og permer. Permene ble dekket med kontaktpapir, og de fikk et produkt i har glede av i mange år.

I det de første nærmet seg ferdig, stoppet jeg de i arbeidet. Jeg tapet opp et farget kvadrat på tavlen og markerte et punkt

nederst i høyre hjørne av kvadratet. Nå skal vi rotere rundt punktet! To ulike farger på pappen og jeg startet med å rotere neste ved å bruke tape. (Roterte kun etter øyemål, men her kunne oppgaven fint vært å brukt gradskive og rotert 45 eller 22.5 grader) Etter noen kvadrater kom mønsteret fram og mange ble engasjert og ville lage sitt eget bilde.



Noen tok utfordringen med å rotere like trekanter, andre valgte kvadrater. De som valgte kvadrater oppdaget at det var vanskelig å avslutte. De hadde ikke beregnet og prøvd først. Her kunne vi startet på en ny utforskningsoppgave. Hvor mange kvadrater trenger vi? Hva hvis vi bruker 2 farger? Hvor mange av hver? Ender vi opp med oddetall eller partall?

### Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Begrepene bør gjennomgås nøye, og elevene bør få god tid til å forske på figurer og lage arbeidstegning før de starter på hovedproduktet sitt. Ved å bruke GeoGebra på digital tavle, fikk de se speiling visuelt og hele gruppa på 25 var med. Gi elevene mulighet til å diskutere sine arbeidstegninger med hverandre og hjelpe hverandre til å avgjøre om de hadde klart å speile og ikke bare parallellforskyve.

### Litteratur/leseforslag

Ble inspirert av heftet Matematikk i kunst og håndverk av Anne Gunn Svorkmo – utgitt av NSMO.

## Logisk rekke med brikker

### Lek og eksperimentering med logiske brikker på småskoletrinnet

Ved Anita Røste

#### Beskrivelse

Elevene legger logiske brikker i rekkefølge ut i fra egenskaper (form, farge, størrelse og tykkelse).

#### Forarbeid

Elevene bør kjenne til/repeterer navn på de vanligste geometriske figurene (trekant, sirkel og ulike firkanter), og lære seg begreper for kunne beskrive figurer og mønstre. Opplegget passer derfor godt når man jobber med geometriske figurer og beskrivelse av egenskapene til de ulike figurene (hjørner, kanter osv).

#### Matematikk i fokus

Mønster, rekkefølge og egenskaper ved todimensjonale figurer.

Kommunikasjonskompetansen er sentral i dette opplegget.

Mål i K-06 (etter 4.trinn): *lage og utforske geometriske mønstre og beskrive dem muntlig*

#### Utstyr

Logiske brikker ("vanlige" og for overhead), overhead, tegneark og fargestifter

#### Aktivitet/Opplegg

Læreren eller en elev starter med å legge en brikke, for eksempel en **gul sirkel**. Nestemann legger en brikke som har minst en egenskap felles med den første brikken, for eksempel rød **sirkel** eller **gul** trekant. Eleven som legger brikken må si hvilken egenskap som er felles. Aktiviteten gjennomføres i felles klasse/gruppe, hvor man bruker logiske brikker på overhead (gjennomsiktige brikker). Alternativet er at elevene jobber sammen i grupper på 2-4 elever. Dette kan gjøres som en lek hvor alle på gruppa starter med like mange brikker. Underveis vil noen oppleve at ingen av brikkene de har passer, verken form, farge eller tykkelse. Da går turen videre til nestemann. Den som først blir kvitt alle brikkene sine har vunnet.



#### Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Logiske brikker egner seg godt til å leke og eksperimentere med mønstre. Brikkene har flere egenskaper: form (trekant, sirkel, ulike firkanter), farger (gul, rød, blå), samt ulik størrelse og tykkelse. Elevene kan bli kjent med brikkene og egenskapene ved å få i oppgave å legge ulike figurer med brikkene (hus, tårn, dyr, bil). La gjerne elevene forklare hvordan de laget figuren og hvilke former de har brukt. Jeg anbefaler at de tegner figurene de lager, enten i en arbeidsbok eller til å henge opp på vegg.

En annen oppgave er å be elevene lage et mønster som har to farger eller to former. Kanskje tre farger eller tre former eller tre farger og to former? Dette gir elevene god erfaring med mønster som gjentakelse.

Pararbeid: en elev starter på et mønster og den andre prøver å finne ut hvordan mønsteret skal fortsette (forklarer og legger videre).

En annen variant av slikt pararbeid er "Følg lederen", hvor den ene eleven legger et mønster i skjul for den andre (bak en skjerm, en bok eller lignende). Deretter forklarer elev 1 mønsteret sitt så godt som mulig for elev 2. Elev 2 forsøker å legge mønsteret ut i fra beskrivelsen på sin side av "skjermen". Tilslutt sammenligner de mønster, og bytter roller. Dette gir god trening i bruk av geometriske begreper og i det å beskrive en figur og dens egenskaper "riktig".

"Følg lederen" egner seg også godt på mellomtrinnet. Der har jeg gjennomført det på den måten at elevene tegner opp en figur som består av geometriske figurer, istedenfor å bruke brikker.

Noen ganger har jeg brukt brikkene til å legge en figur på overhead i skjul for elevene. Ut i fra min beskrivelse skal hver og en elev legge det sammen mønsteret med brikker. Tilslutt avslører jeg figuren min ved å slå på overheaden. En variant er å legge et mønster på overhead og la elevene studere det ei kort stund. Jeg dekker til/slår av overheaden, og elevene skal legge det opprinnelige mønsteret.

### **Litteratur/leseforslag**

Ideene over er delvis hentet fra inspirasjonskurs i geometri med Jan Erik Gulbrandsen og Randi Løchen, forfattere av læreverket Septimus.



## Bli kjent med tangrambrikkene.

### Tangram

**Ved Tove Branæs og Tone Skori**

#### Beskrivelse

Lærer forteller litt om historien til tangram og hvor det kommer fra. Deretter skal elevene jobbe med de ulike brikkene og sette de sammen til figurer.

#### Forarbeid

Finne fram alt utstyr su skal bruke. Tangrambrikker , kopiark av tangramfigurer, blyant og papir.

#### Matematikk i fokus

Tema: Geometri

Emne: Geometriske figurer

Hensikt med opplegget: For å bli kjent med tangrambrikkene.

Tidsbruk: 1 til 2 skoletimer.

Trinn: Mellomtrinnet

#### Utstyr

Tangrambrikker og kopiark av tangramfigurer.

#### Aktivitet/Opplegg

##### Introduksjon

En gang for lenge siden i det gamle Kina ville Keiseren at tjeneren hans skulle bringe ham en kvadratisk stykke jade. Den uheldige tjeneren mistet det kvadratiske jadestykket så det knuste i sju biter: To store trekanter, en mellomstor trekant, to små trekanter, ett parallelogram og et kvadrat.

Han var livredd for at Keiseren skulle bli rasende da han oppdaget hva som hadde skjedd..... men Keiseren ble glad! Han moret seg med å lage figurer av de sju bitene.

#### Oppgave til elevene:

1. Beskriv puslespillet ved å besvare disse spørsmålene:

- Hvor mange biter er det?
- Hvordan ser hver enkelt bit ut? Si det muntlig til hverandre. Vær nøye, så det ikke misforstås. Forklaringen din må være slik at noen som ikke har sett puslespillet skal kunne skjønne hvordan bitene ser ut. Bruk ord fra geometrien, slik som vinkler, parallelle sider, likebeint, likesidet osv.
- Er noen av bitene helt like? Har noen av bitene samme form, men ulik størrelse?
- Har noen av bitene samme areal? Har noen bitene samme omkrets?
- Kan noen av bitene lages ved hjelp av to eller flere av de andre brikkene?

2. Bruk alle bitene, og lag et puslespill-bilde. Tegn omrisset av bildet. Bytt med ei annen gruppe, og pusle hverandres bilde.

3. Klarer dere å pusle alle figurene av tangrambildene? Alle tangrambitene skal brukes. Elevene jobber parvis eller fire og fire.

Spørsmål som kan komme fra elevene, kan være hva er parallelle sider, likesidet trekant og likebeint trekant. Det er da lurt å snakke om dette når det blir tatt opp. Viktig å vise konkret hva som er hva. F.eks ta et kvadrat og snakke om sidene i kvadratet. Spør hva elevene ser

**Tips til læreren/variasjonsmuligheter**

Flere oppgaver på nettet. Søk "tangram puzzles" og "tangram solutions"

**Litteratur/leseforslag**

Modul 2 for mellomtrinnet, lærerveiledning.

## Drager

**Vi lager drager i verksted.**

**Ved Tove Branæs og Tone Skori**

### Beskrivelse

Tidsramme: ca 3 skoletimer. Elevene jobber i grupper på 3 eller 4 elever. Start med kort intro av lærer i plenum. Deretter får elevene oppgaven med dragene og må lese den først, for så å fordele oppgavene og hente utstyret.

### Forarbeid

Innkjøp av: plastsekker, hyssing, blomsterpinner og bred tape.

Dele klassen inn i grupper på 3 eller 4 elever.

Finne frem alt av nødvendig utstyr.

Passe på at man har nok plass – kan være greit å ta to klasserom i bruk

### Matematikk i fokus

Måling, geometriske former, vinkler.

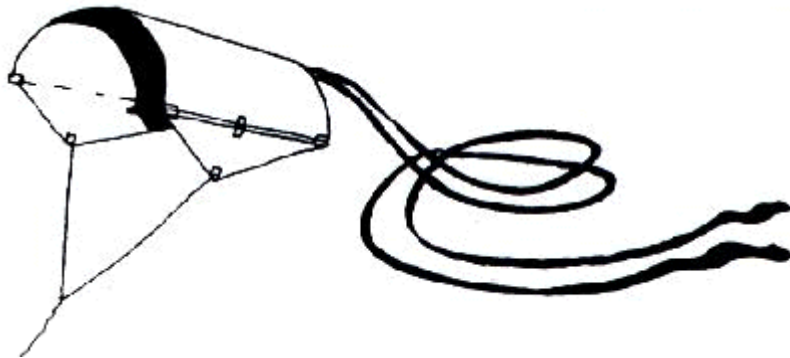
### Utstyr

Plastsekker, hyssing, blomsterpinner, gardinring (ikke helt nødvendig) tape, sakser, fyrstikker, linjal, krepp-papir, tykke tusjer.

# SLEDEDRAGEN

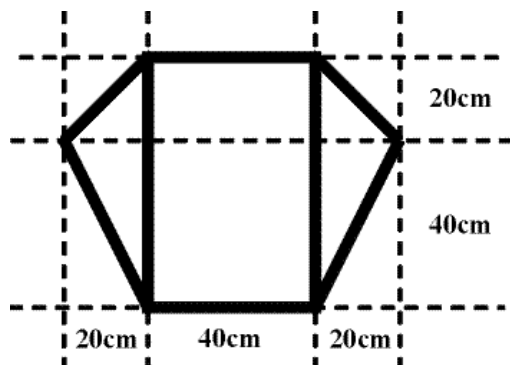
Utstyr:

- Søppelsekk (eller stor plastpose)
- To 60 cm spiler/blomsterpinner
- Saks og tape
- 1.5m snor
- 2 fyrstikker
- Line til å fly med
- Gardinring

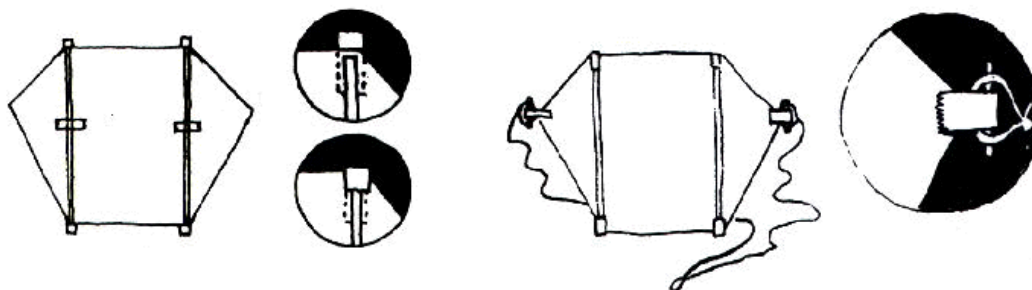




Å lage dragen:



- Tegn figuren på søppelsekken.
- Klipp ut figuren som du har tegnet.
- Fest blomsterpinnene med tape som vist på figuren under.
  - Tape med ca. 5 cm lange stykker rundt endene på pinnene.
  - Sikre pinnene med ekstra tape på midten.
- Snora festes til sidene som vist nedenfor. Forsterk plastikken med tape og fyrstikker. Lag løkkene så små at snora akkurat går over fyrstikkene.
- Fest flygelina til snora på dragen ved hjelp av gardinringen.
- Lag smale eller brede haler og fest dem med tape (bakerst og midt på dragen).
- Du kan ha en eller flere haler.
- Lengden på halen bør være over 2 meter.



### Dette ble gjort i en 6.klasse.

Lærer startet arbeidsøkten med en felles introduksjon med samtale om hva drager er. Etter noen innspill som: "det er noe som flyr oppe lufta" og "det er ikke lurt å ha drage opp når det lyner" kom vi inn på ulike erfaringer med og kunnskaper om drager. Deretter snakket lærer noe om hvordan man jobber sammen i grupper og hvordan få til et godt samarbeid. Deretter ble oppgaven delt ut og elevene måtte selv lese seg til hva de skulle gjøre. Elevene fant fort ut hva de skulle og fordelte oppgavene. Noen satte pulter sammen og andre fant ut at gulvet var bedre arbeidsplass. Etter hvert som de var kommet godt i gang, var det flere som oppdaget at de hadde målt feil og dermed fikk dragen en annen form. De måtte måle opp og lage ny. En holdt linjalen, den andre streket opp og den tredje klippet. De diskuterte sammen "skal vi klippe her?", og sjekket beregningene sine. Lærer gikk rundt til de ulike gruppene og var nysgjerrig uten å direkte hjelpe elevene. Noen elever strevde med å få målt opp et 10 meter langt snøre med en 50 cm lang linjal, men fant ut etter hvert at det var smart å bruke tavlelinjalen. Når dragen var ferdig skulle de gi den navn og deretter dekorere den. Det ble mange flotte drager og det var kjempeartig å få dem til å fly etterpå ☺

I dette verkstedsarbeidet var det stor aktivitet og fine diskusjoner elevene imellom. Ikke alle hadde tid til å lese oppskriften like nøye, så da en elev hadde sett noen tall på tegningen av dragen, regnet han med at det var noe som skulle regnes ut. Han ganget 60 med 80, satt opp et pent regnestykke og sa fornøyd: "dragen skal bli 4800 cm lang." Dette kan vi vel si er typisk for elever som har jobbet med ensartet undervisning og oppgaver.

### **Tips til læreren/variasjonsmuligheter**

Selve opplegget med å lage drager har jeg også gjennomført i 3.klasse, men da med mye mer hjelp til elevene. Selve dragekroppene klippet jeg ut på forhånd, hadde laget en mal i papp først og tegnet rundt med sprittusj på blank plast. Da brukte jeg gjennomsiktig byggeplast (Maxbo). Dette var åpen skoledag der foreldrene var på besøk og de hjalp barna med å følge oppskriften. Her hadde vi hatt tema "sveve" i forkant og jobbet med ulike ting som kan fly.

### **Litteratur/leseforslag**

Selve oppskriften på denne dragen har jeg sett flere steder, men den som er tatt med her er hentet på nettet: <http://fuv.hivolda.no/prosjekt/fuvhans/>

# Tetraeder

## Vi bretter et tetraeder

Ved **Susanne Stengrundet**

### Beskrivelse

Vi bretter et tetraeder ut av et A4-ark og viser etterpå at resultatet er et nøyaktigt tetraeder.

### Trinn

Ungdomsskole: symmetri, pytagoras, formlikhet

1P: formlikhet, overflate, volum, pytagoras

1T: Formelregning, eksakte verdier. (finne lengde av høyden)

### Forarbeid

Det er en fordel at elevene husker noen egenskaper av den likesidete trekanten. Spesielt at alle vinkler er  $60^\circ$  og at høyden deler trekanten i to trekanter med vinkler på  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  og  $90^\circ$ .

### Matematikk i fokus

Bli kjent med tetraeder. Geometriske steder. Symmetri

### Utstyr

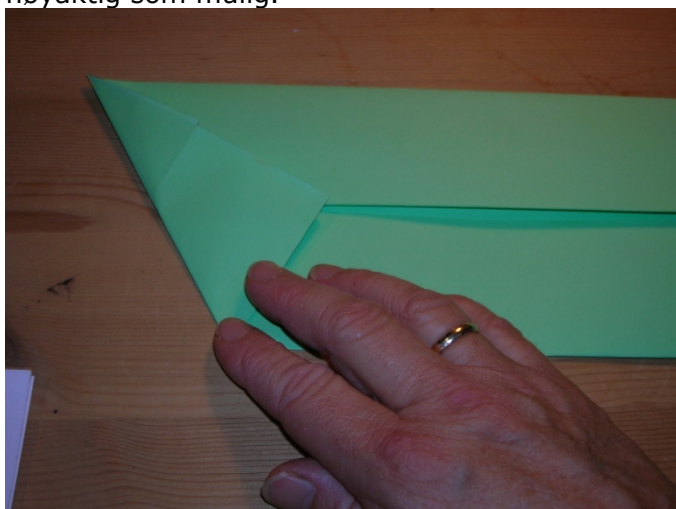
A4-ark

### Aktivitet/Opplegg

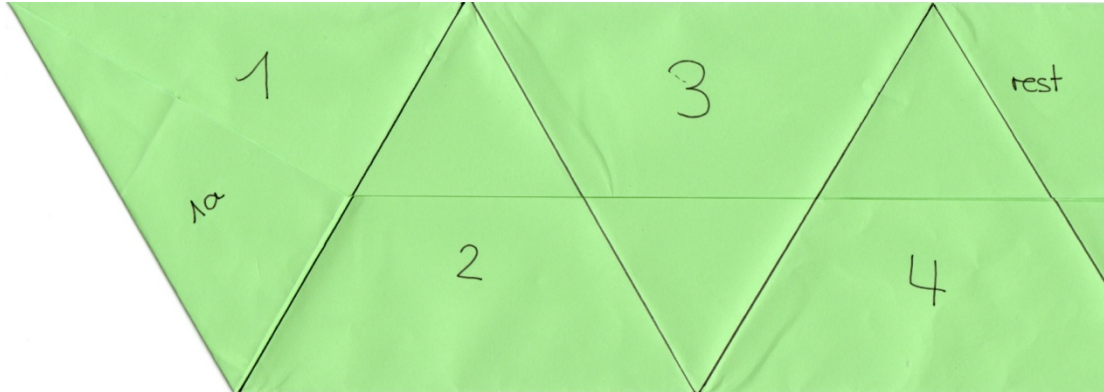
#### 1. Vi bretter et tetraeder:

Brett et A4-ark på langs. Åpne det opp og brett de to sidene inn på midten.

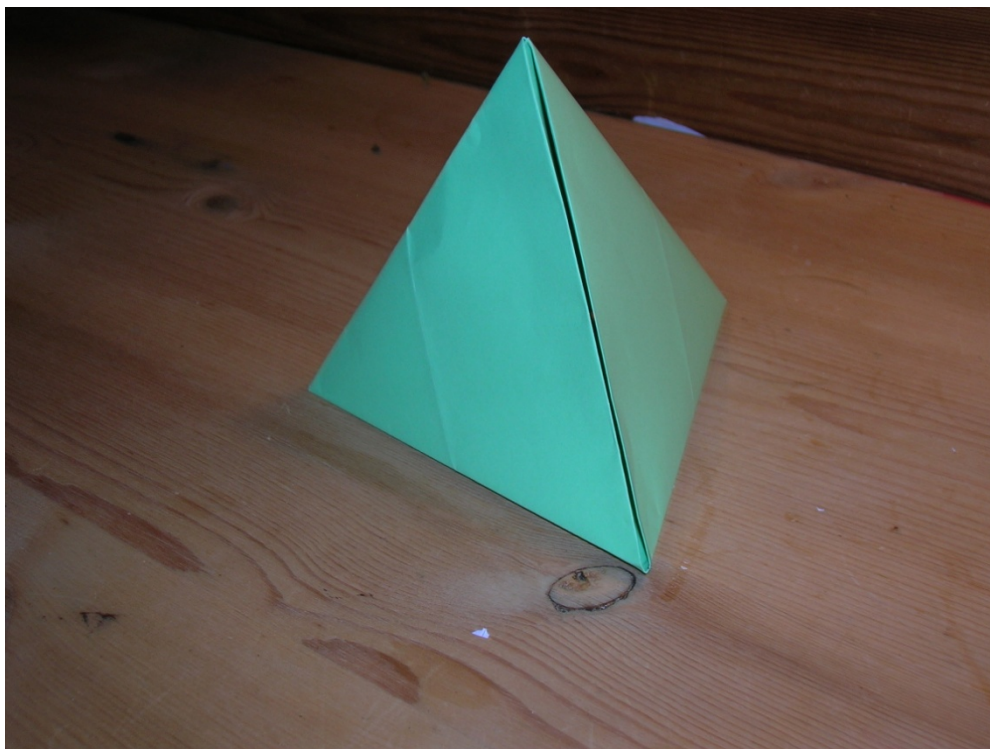
Brett et hjørnet inn til midten slik at det dannes en linje fra dette hjørnet til det andre hjørnet på den smale siden. (se bildet.) Det er viktig at denne brettingen gjøres så nøyaktig som mulig.



Brett nå hjørnet øverst til venstre ned mot langssiden. Det dannes et nytt hjørnet som du da bretter ned mot den andre langssiden. Fortsett på denne måten. Du vil få en figur lik den på bildet: (1a viser den første bretten)

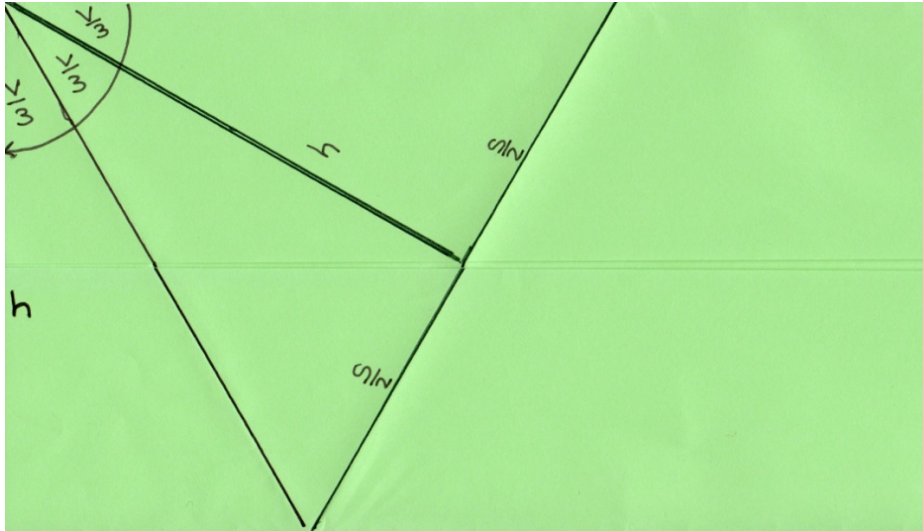


Skryv "resten" til midten av del fire inni 1a. Det vil oppstå et tetraeder.



## 2. Vi viser at figuren er et tetraeder

Det neste bildet viser bare den første delen av arket. Del 1a er brettet tilbake. Brettene er markert med svart tusj.



Vi viser med hjelp av symmetri at sidene til tetraederet er likesidete trekanter

- $h = h$  på grunn av brettingen.
- Fotpunktet til  $h$  halverer siden  $s$ . (ifølge geometrisk sted om midtparallellell)
- Den nederste kanten er også  $\frac{s}{2}$ . Symmetri som følge av brettingen
- Det betyr at vinkelen i toppen blir delt inn i tre likestore vinkler. Vinkelen er i utgangspunktet  $90^\circ$ , dermed blir alle tre vinkler  $30^\circ$ .
- Alle tre trekanter er dermed rettvinklede trekanter med vinklene  $30^\circ$  og  $60^\circ$ .
- Av dette følger at de øverste to trekanter til sammen danner en likesidet trekant. Denne likesidete trekanten er en side av tetraederet.

Vi kan dermed slo fast at brettingen fører til et tetraeder.

### Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Hvis elevene har forstått hele beviset, skulle det være mulig å brette et tetraeder med en bestemt sidelengde. (Man må ev. skjære bort noe, at "resten" ikke blir for stor.) Dette er en fin oppgave for å kunne anvende pytagoras' setning. Hvilken figur får man, hvis man forbinder midten av sidene med hverandre?

### Litteratur/leseforslag

mathbu.ch 8.Schuljahr, schulverlag blmv AG Bern

# Geometrispillet

Ved Solfrid Storelid

## Beskrivelse

Geometrispillet er et brettspill som kan brukes både på småskole- og mellomtrinnet. Det passer best å være 3-5 deltakere. Spillet passer godt ved stasjonsundervisning.

## Forarbeid

Elevene bør ha jobbet med emnet geometri før en introduserer spillet. For at elevene skal kunne bruke alle kortene, bør de ha kjennskap til navn og egenskaper ved enkle to- og tredimensjonale figurer. De bør også kunne regne ut areal og omkrets av todimensjonale figurer. For å tilpasse spillet til elevenes nivå, kan en velge ut de kortene som passer til elevgruppens faglige nivå.

Det vil være en fordel å gjennomgå reglene for spillet i forkant. En bør også ha en samtale om hvordan en skal godkjenne svarene eller oppgavene elevene gjør. Det er ikke laget fasit til spillet. Det er meningen at elevene gjennom samtale i gruppa skal komme fram til riktig løsning. Det faglige utbyttet blir større da enn ved bruk av en ferdiglaget fasit.

## Matematikk i fokus

Faglig innhold i geometrispillet:

- Kunne navnene på to- og tredimensjonale figurer.
- Beskrive egenskapene ved to- og tredimensjonale figurer.
- Tegne enkle todimensjonale figurer.
- Finne areal og omkrets av todimensjonale figurer.

## Utstyr

- Terning (1-6 eller 0-9)
- Geobrett m/striker
- Linjal
- Passer
- Hvite ark
- Fyrstikker/trepinner
- Spillebrikker
- Godkjent svar-brikker

## Spilleregler

- 3-5 deltakere.
- Alle spillerne setter sin brikke på 1.
- Spiller 1 kaster terningen og flytter brikken så langt som terningen viser. Stopper spilleren på **gult felt**: følg pilen til det feltet den peker på.  
**Grønt felt**: spilleren trekker et gjøre-kort og utfører det som står på kortet.  
**Rødt felt**: spilleren trekker et spørre-kort og svarer på spørsmålet på kortet.  
Hvitt felt: spilleren blir stående på feltet til neste omgang.
- Motspillerne avgjør sammen om spilleren får godkjent svar på grønt og rødt felt. Ved godkjent svar får spilleren en brikke og gir terningen til neste spiller.
- Slik går spillet videre til alle er kommet til 100.
- Den som kommer først til 100 får 3 brikker. Andre mann får 2 brikker og tredjemann får 1 brikke.
- Når alle har kommet til 100, telles brikkene opp. Den som har flest brikker vinner spillet.

**Spillebrett, spørre- og gjørkort:** se vedlegg



## **Variasjonsmuligheter**

- **Forenkling:**  
Bruk bare de letteste kortene.  
Legg bort spørrekortene, men la elevene finne ulike kjennetegn/avn på geometriske former de har foran seg når de kommer på rødt/grønt felt.
- **Utfordring:**  
La elevene lage oppgaver til hverandre.  
Utvid spillet med flere kort med vanskeligere oppgaver.
- Spillebrettet og prinsippet med spørre- og gjørekort kan brukes til andre emner enn geometri, for eksempel tall eller måling. En kan da bare bytte ut spørre- og gjørekortene med andre kort.

## **Litteratur**

Tips til oppgaver på gjøre- og spørrekortene er hentet fra:

O`Donnel, *Geobrett – Tøyelige geometriske utfordringer*. Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen, Trondheim: 2008.

Pedersen, Pedersen & Skoogh, *Abakus 7a*. Aschehoug & Co, Oslo: 2005.

Alseth, Nordberg, Røsselang, *Multi kopiperm 1-4 og 5-7*, Gyldendal Norsk Forlag AS:2006

## **Vedlegg**

Spillebrett, spørre- og gjørekort.


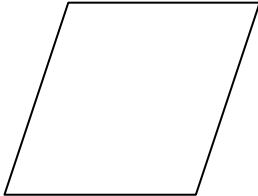
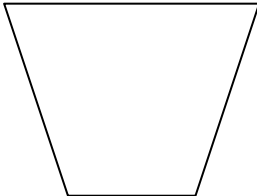
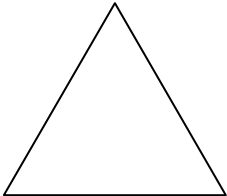
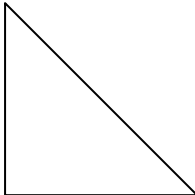
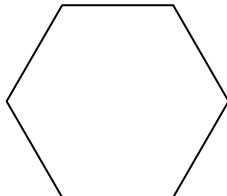
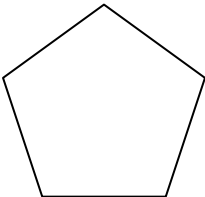

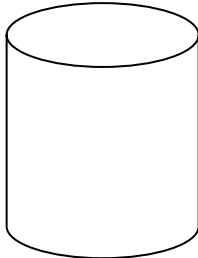
# GEOMETRISPILLET

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100



## Geometrispillet

## Spørre-kort

<p>Hvilken geometrisk form er dette?</p> 	<p>Hvilken geometrisk form er dette?</p> 	<p>Hvilken geometrisk form er dette?</p> 
<p>Hvilken geometrisk form er dette?</p> 	<p>Hvilken geometrisk form er dette?</p> 	<p>Hvilken geometrisk form er dette?</p> 
<p>Hvilken geometrisk form er dette?</p> 	<p>Hvilken geometrisk form er jordkloden?</p> 	<p>Hvilken geometrisk form er dette?</p> 

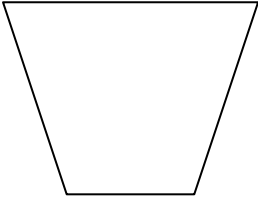
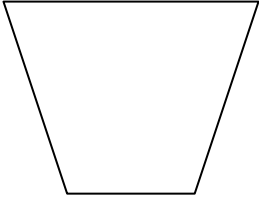
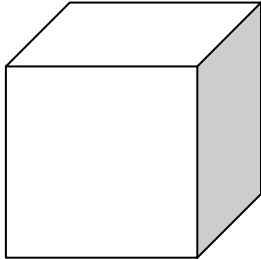
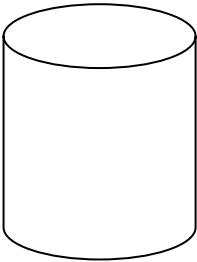
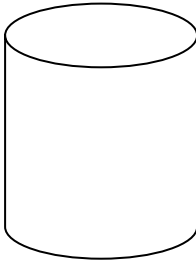
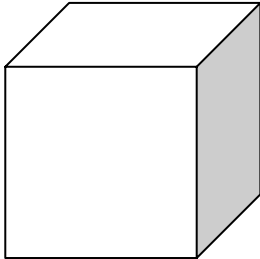
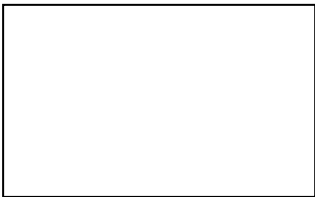
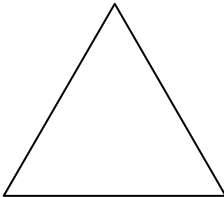
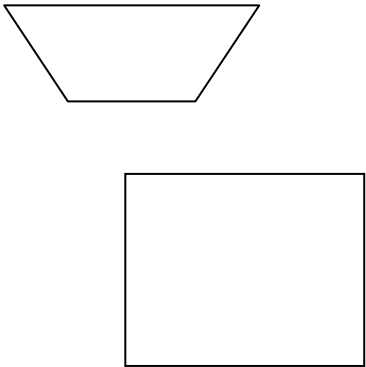
## Geometrispillet

## Spørre-kort

<p>Hvilke geometriske former ser du her?</p> 	<p>Hvilke geometriske former ser her?</p> 	<p>Hvilke geometriske former ser du her?</p> 
<p>Hvilken geometrisk form har fyrstikkesken?</p> 	<p>Hvilken geometrisk form har dorullen?</p> 	<p>Hvilken geometrisk form har nissen?</p> 
<p>Her er det to geometriske former, hvilke?</p> 	<p>Hvilken geometrisk form har disse boksene?</p> 	<p>Hvilke geometriske former ser du her?</p> 

## Geometrispillet

## Spørre-kort

<p>Hvor mange kanter har et trapes?</p> 	<p>Hvor mange hjørner har et trapes?</p> 	<p>Hvor mange hjørner har en kube?</p> 
<p>Hvis du ser denne figuren rett ovenfra, hvilken geometrisk form ser du da?</p> 	<p>Hvilke to geometriske former er sylinderen satt sammen av?</p> 	<p>Hvor mange kanter har en kube?</p> 
<p>Hva er omkretsen av dette rektangelet? (Hvor langt er det rundt rektangelet?)</p> 	<p>Hva er omkretsen av denne trekanten? (Hvor langt er det rundt trekanten?)</p> 	<p>Sammenlign trapeset og rektangelet. Si noe som er likt og ulikt med de to formene.</p> 

## Geometrispillet

## Gjøre-kort Geobrett-oppgaver

Bruk geobrett og strikk. Lag to ulike firkanter.	Bruk geobrett og strikk. Lag to ulike trekkanter.	Bruk geobrett og strikk. Lag en åttekant med 1 spiss vinkel og 7 stumpe vinkler.
Bruk geobrett og strikk. Lag en likesidet trekant.	Bruk geobrett og strikk. Lag to ulike kvadrat. Fortell de andre hva arealet er.	Bruk geobrett og strikk. Lag en likebeint trekant.
Bruk geobrett og strikk. Lag en femkant.	Bruk geobrett og strikk. Lag en sekskant.	Bruk geobrett og strikk. Lag to ulike femkanter.

## Geometrispillet

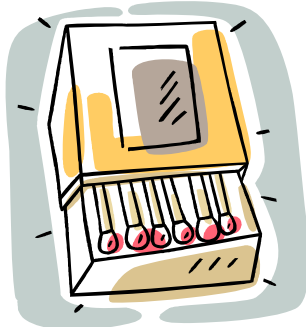
## Gjøre-kort Geobrett-oppgaver

Bruk geobrett og strikk. Lag en sekskant med 2 rette vinkler og 4 stump vinkler.	Bruk geobrett og strikk. Lag en figur der arealet er 5 og omkretsen er 10.	Bruk geobrett og strikk. Lag en sekskant der omkretsen er 10.
Bruk geobrett og strikk. Lag et kvadrat der sidene er 2.	Bruk geobrett og strikk. Lag et rektangel der bredden er halvparten av lengden.	Bruk geobrett og strikk. Lag et rektangel der bredden er $\frac{1}{3}$ av lengden.
Bruk geobrett og strikk. Lag to ulike figurer der omkretsen er 8.	Bruk geobrett og strikk. Lag to ulike figurer der omkretsen er 11.	Bruk geobrett og strikk. Lag en femkant med 1 rett vinkel, en spiss vinkel og tre stump vinkler.

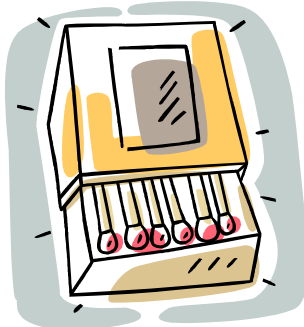
## Geometrispillet

## Gjøre-kort Fyrstikkoppgaver

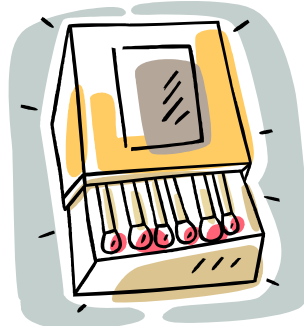
Bruk fyrstikker. Lag en femkant.



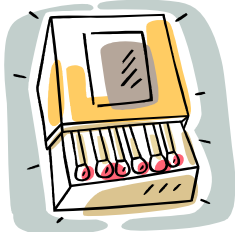
Bruk fyrstikker. Lag to ulike geometriske figurer og fortell de andre hva de heter.



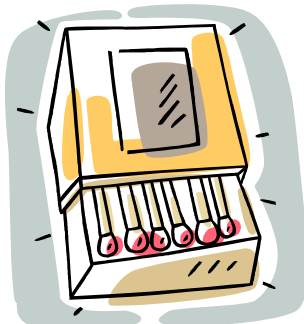
Bruk fyrstikker. Lag en sekskant.



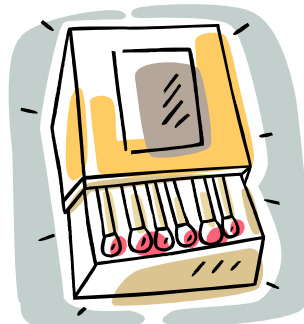
Bruk fyrstikker. Lag et kvadrat. Del kvadratet inn i to trekanter. Hvor stor del av arealet til kvadratet er arealet av trekanten?



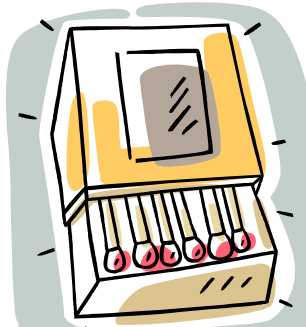
Bruk 4 fyrstikker. Lag et kvadrat.



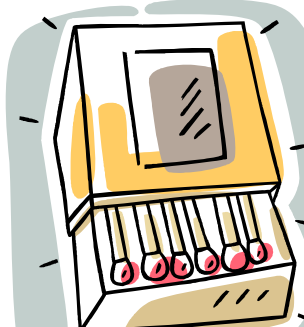
Bruk fyrstikker. Lag en trekant.



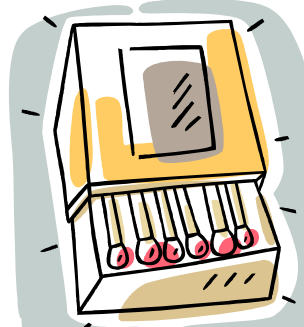
Arealet skal være 12 ruter. Legg et rektangel med 14 fyrstikker.



Bruk ti fyrstikker. Legg et rektangel med areal 4 ruter.



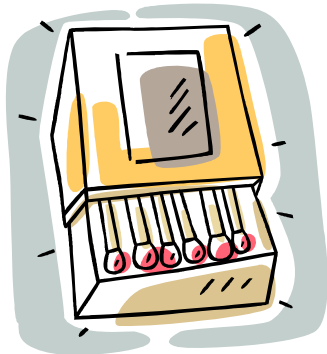
Bruk 10 fyrstikker. Legg et rektangel med areal 6 ruter.



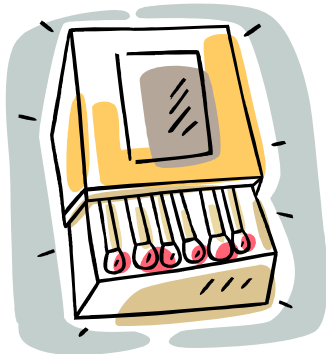
## Geometrispillet

## Gjøre-kort

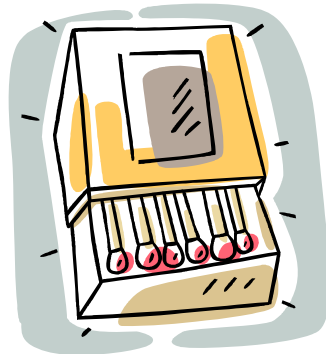
Bruk fyrstikker. Lag en trekant med omkrets 6.



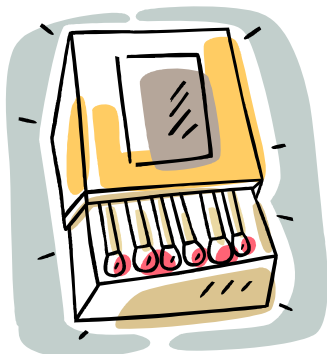
Bruk 10 fyrstikker. Lag et kvadrat med areal 4 ruter.



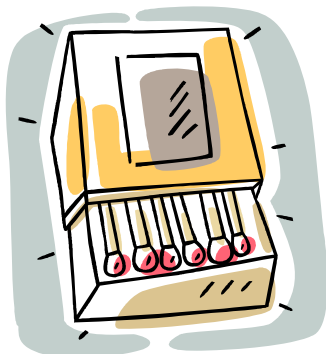
Bruk 8 fyrstikker. Lag et kvadrat med areal 4 ruter.



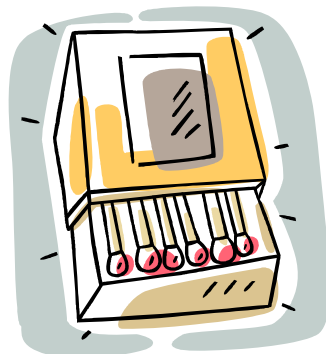
Bruk 9 fyrstikker. Lag en femkant.



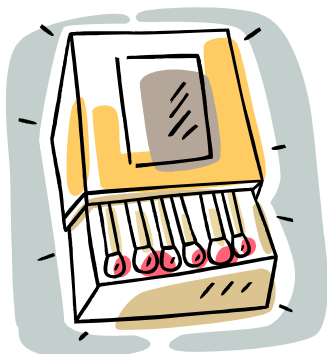
Bruk fyrstikker. Lag en rombe.



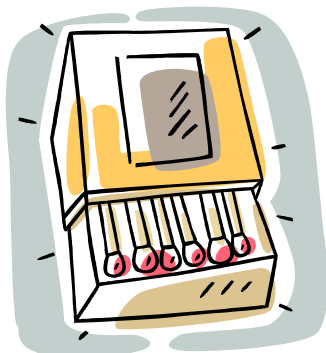
Arealet skal være 12 ruter. Legg et rektangel med 16 fyrstikker.



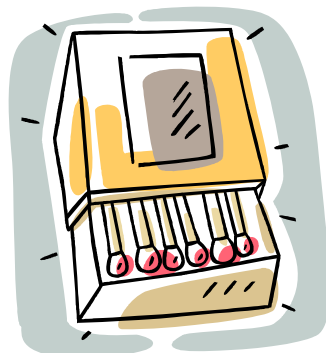
Arealet skal være 12 ruter. Legg et rektangel der du bruker mer enn 16 fyrstikker.



Bruk fystikker. Lag en trekant med omkrets 9.


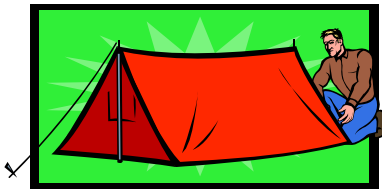



Bruk 8 fyrstikker. Lag et rektangel med areal 3 ruter.



## Geometrispillet

## Gjøre-kort Tegneoppgaver

<p>Tegn bunnflaten i huset. Hvilken form har bunnflaten?</p> 	<p>Tegn bunnflaten i teltet. Hvilken form har bunnflaten?</p> 	<p>Tegn et rektangel som er dobbelt så langt og dobbelt så bredt som dette rektangelet.</p> 
<p>Tegn et kvadrat som har areal <math>4 \text{ cm}^2</math>.</p>	<p>Konstruer en sirkel med radius <math>5 \text{ cm}</math>.</p>	<p>Konstruer en sirkel med diameter <math>10 \text{ cm}</math>.</p>
<p>Tegn en trekant som har areal <math>10 \text{ cm}^2</math>.</p>	<p>Tegn et kvadrat som har areal <math>10 \text{ cm}^2</math>.</p>	<p>Tegn et rektangel med omkrets <math>20 \text{ cm}</math></p>



## Lek med mønsterbrikker

Ved Anne Kari Sælensminde



### Beskrivelse

Utforske mønster som kan dannes av tofargete kvadratiske brikker, delt diagonalt.

For småskoletrinnet, 2. – 3. klasse

### Forarbeid

Kopiere og ev. laminere store mønsterbrikker til fellssamtalen.

Kopiere og gjøre klar små mønsterbrikker til enkeltelever / små grupper.

Kopiere opp arbeidsark.

Finne frem sakser og blyanter

### Matematikk i fokus

Fra Kunnskapsløftet:

Kompetansemål etter 2. trinn, geometri

- kjenne att og beskrive trekk ved enkle to- og tredimensjonale figurar i samband med hjørne, kantar og flater, og sortere og setje namn på figurane etter desse trekka
- kjenne att og bruke spegelsymmetri i praktiske situasjonar
- lage og utforske enkle geometriske mønster og beskrive dei munnleg

Kompetansemål etter 4. trinn, geometri

- kjenne att og bruke spegelsymmetri og parallellforskyving i konkrete situasjonar
- lage og utforske geometriske mønster og beskrive dei munnleg

### Utstyr

Mønsterbrikker, store.

Mønsterbrikker til hver elev, små.

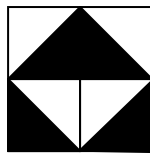
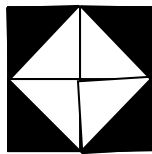
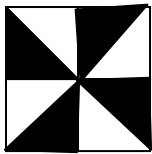
Kopioriginal, arbeidsark.

Saks og blyanter

## Aktivitet/Opplegg

Aktiviteten kan tilrettelegges på ulike måter.  
Her er ett forslag:

1. Fellesøkt med utprøving av ulike mønster.
  - Utstyr: Store mønsterbrikker
  - Organisering: elever i ring omkring åpen plass på gulvet
  - Aktivitet:
    - o bruke 4 og 4 av mønsterbrikkene, utforske ulike mønster som det går an å lage.
    - o Samtale med fokus på matematiske begreper: Kvadrat, rektangel, trekant, firkant, flater, kanter (kantlinjer), vinkler – spisse og rette, symmetri (speiling og rotering),
2. Små elevgrupper
  - Utstyr: små mønsterbrikker, sakser, arbeidsark
  - Organisering: elever i små grupper
  - Aktivitet:
    - o bruke de små mønsterbrikkene til videre utforsking
    - o feste ulike mønster til papiret
    - o lærer oppfordrer til samtale, bevisst bruk av matematiske begreper
    - o elever forteller hverandre hvilke resultater de fikk



## Tips til læreren/variasjonsmuligheter

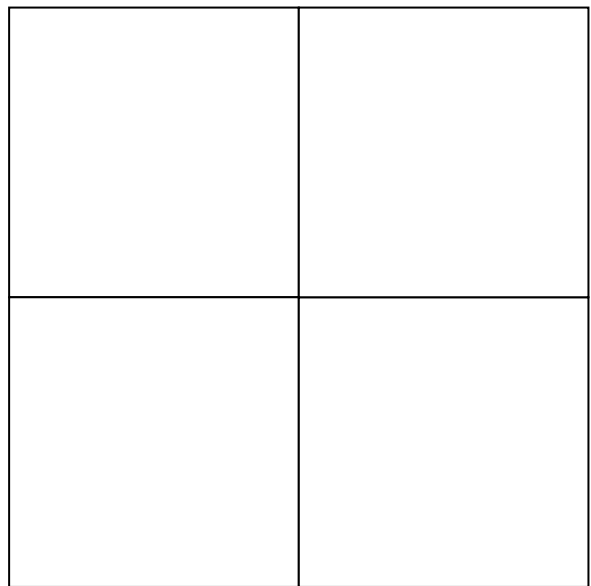
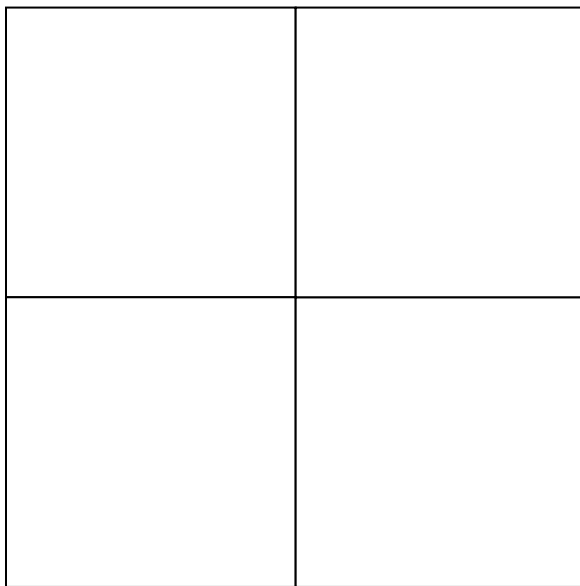
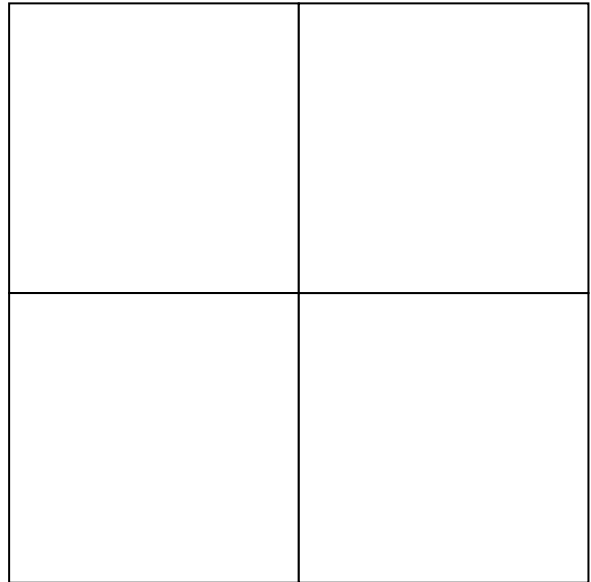
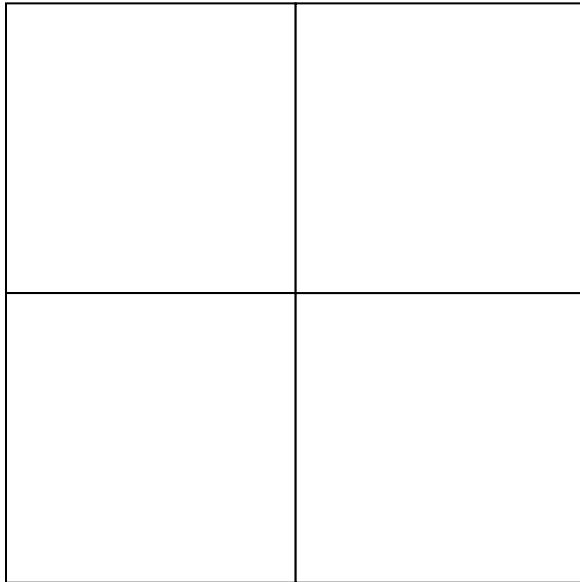
Videre arbeid kan være å utforske hva som skjer når vi utvider til for eksempel 16 brikker.

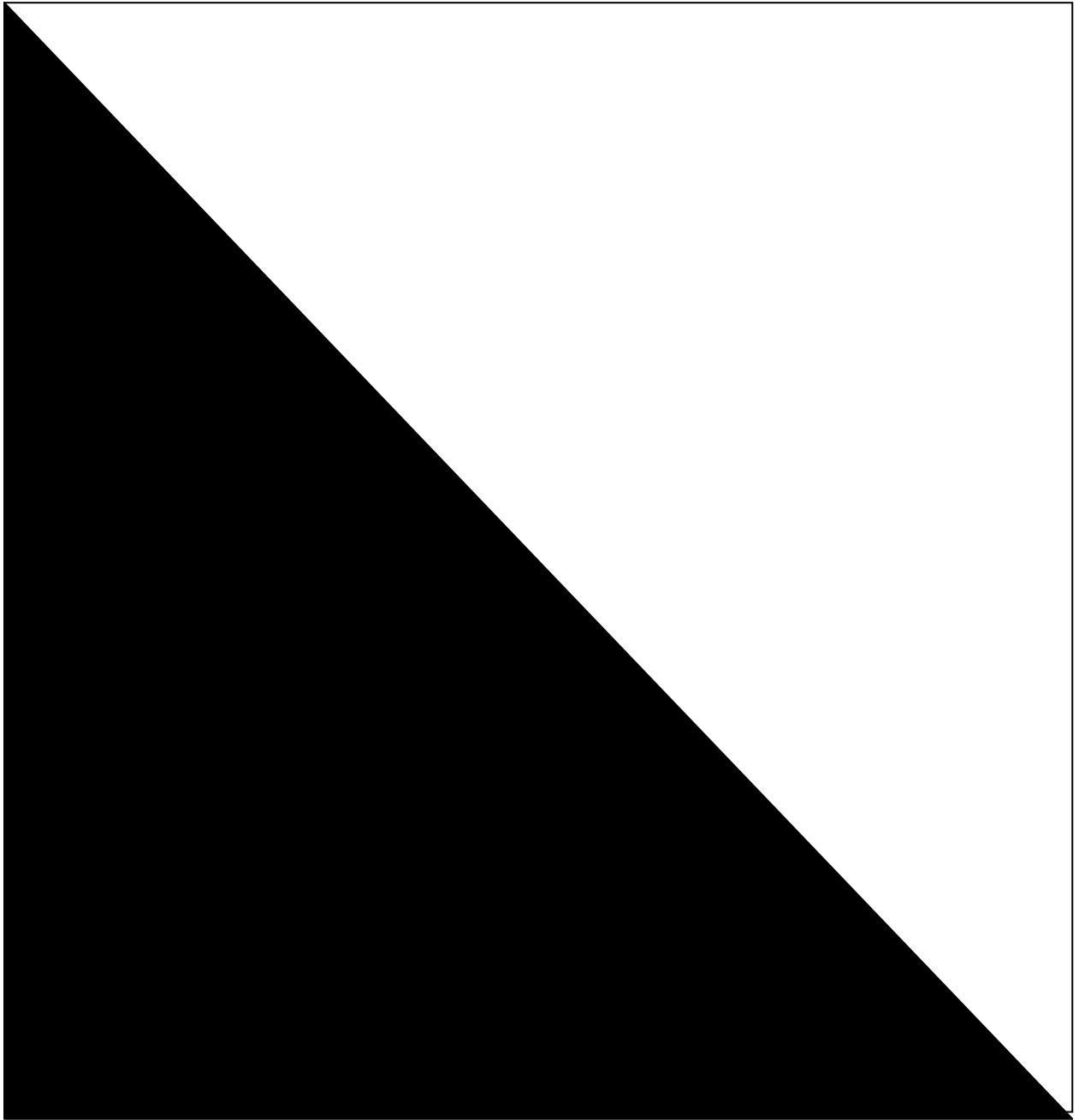
Hvordan kan vi bruke dette dekorativt? Det er mulig å knytte opp mot kunst og håndverk, ideen kan da også brukes på høyere klassetrinn. ( Patchwork, leire, trykkteknikker, ... )

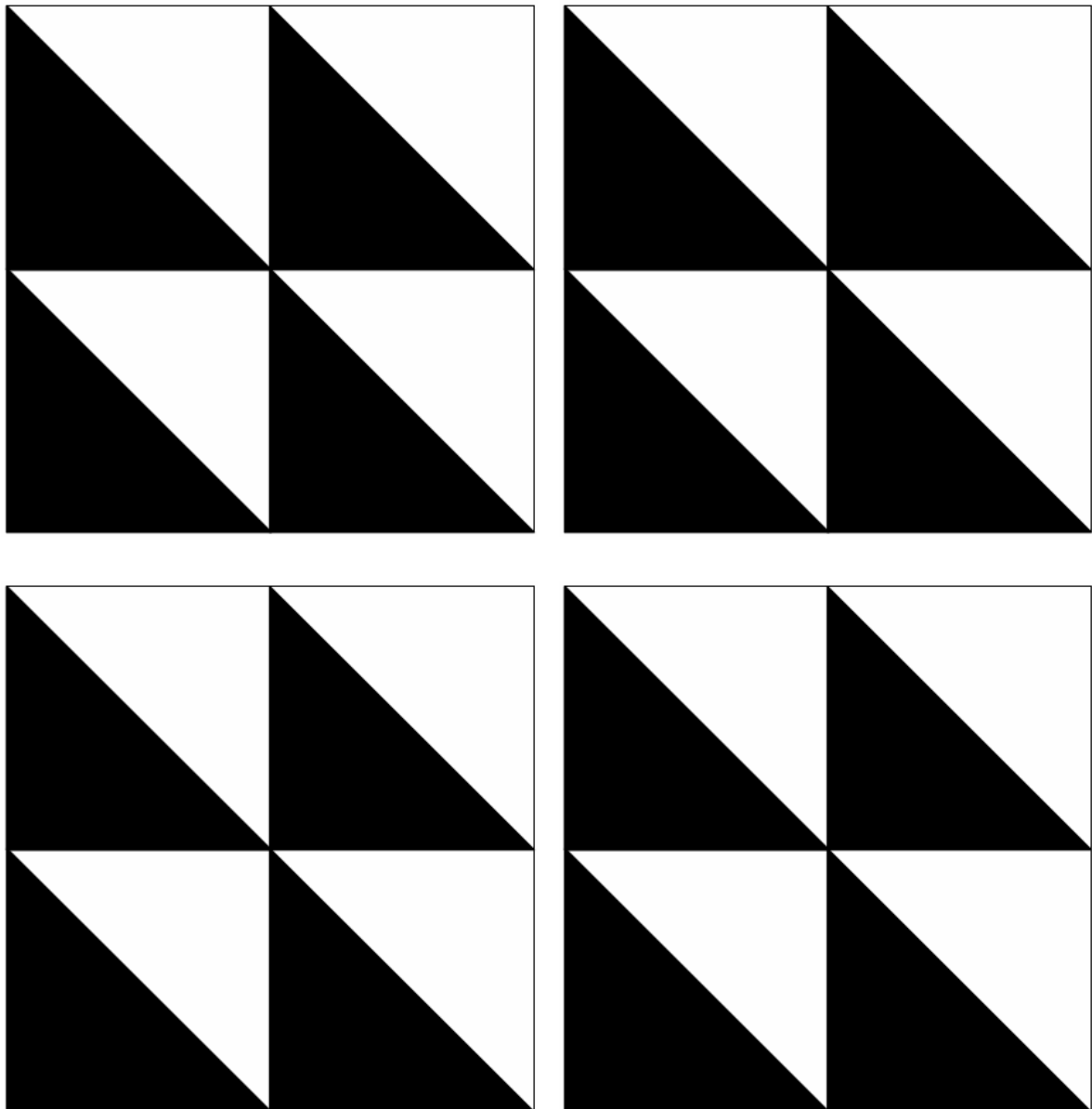
## Litteratur/leseforslag

Ideen er hentet fra Matematikktakk 3b, Trude Fosse og Anne Kari Sælensminde, Det Norske Samlaget 1998.

**Her kan du tegne de mønstrene du lager med brikkene.**







## Tesselering

### Å lage tesseleringsmønster ved hjelp av likesidede trekanter.

Ved Marion Høyland Sødal



#### Hensikt

Elevene får oppleve matematikk i kunst og de får erfaringer knyttet til begrepet tesselering. Opplegget passer på mellomtrinnet.

#### Læreplanen

Elevene skal arbeide med egenskaper ved figurer, former og mønster. Blant annet i sammenheng med estetikk og kunst.

#### Utstyr

Saks, farget kartong – 3 ulike farger, stor linjal, passer og blyant.

#### Aktivitet/opplegg

Elevene får utdelt utstyret, eller ferdig oppdelte trekanter, avhengig av klassetrinn. Trekantene skal klippes slik at de blir likesidede. Bruk passer og stor linjal. Lengden på sidene settes til 10 cm. To og to trekanter settes sammen og danner en firkant. Til hver "kube" brukes alle tre fargene. Elevene kan selv velge hvor mange trekanter de vil sette sammen, men minimum 7-8 per gruppe. Elevene vil oppdage at figurene "spretter opp" og blir 3D.



Før elevene går i gang med tesseleringen er det fint å snakke om de geometriske formene. Hva er forskjellen på en firkant og et kvadrat? Hva er likesidet trekant? Elevene får trening i å bruke og kommunisere matematiske uttrykk i en praktisk situasjon. Senere kan de få i oppgave å gå på oppdagelsesferd etter tesseleringsmønster hjemme eller ute. Figurene kan også lages ved hjelp av jovo-brikker.

Lykke til!

## **Analysere egenskaper ved to- og tredimensjonale figurer.**

**Ved Lill Sørensen**

### **Beskrivelse**

Gjennom bruk av det matematiske språket kunne forklare egenskaper ved ulike figurer, muntlig og skriftlig. Aktiviteten egner seg på mellomtrinnet og ungdomstrinnet.

### **Forarbeid**

Geometriske figurer.  
Blanke ark til notater.  
Skjema til føring.

### **Matematikk i fokus**

Kunne identifisere ulike geometriske figurer og beskrive dem ved hjelp av et matematisk språk, og etter hvert kunne uttrykke dette ved hjelp av formelle regler.

### **Utstyr**

Stoler slik at deltakerne kan sitte rygg mot rygg.  
Geometriske figurer, blanke ark, skjema, linjal, blyant og viskelær.

### **Aktivitet/Opplegg**

To og to sitter med ryggen mot hverandre, og beskriver en figur for den andre. Hver sin gang med figur, og hver sin gang prøve å finne ut hva det er slags figur den andre beskriver.

Etterpå kan de to sammen prøve å fylle ut vedlagt skjema som beskriver de ulike figurene. Dette bør til slutt kvalitetssikres ved felles gjennomgang i klassen/gruppa.

### **Tips til læreren/variasjonsmuligheter**

Konkurranse?  
Grupper i stedet for enkeltvis.  
Lærer beskriver, klassen gjetter.

## Geometriske figurer

Tegn figuren	Navn	Hvilke geometriske figurer består den av	Vinkler (vinkelsum)	Omkrets	Areal	Volum	



## På kongruensjakt

### Tre eksempler med "andre hjelpemidler"

Ved Grete Tofteberg

#### Beskrivelse

Opplegget tar utgangspunkt i følgende kompetansemål for 10. trinn:

*"Eleven skal kunne utføre og grunngje geometriske konstruksjonar og avbildingar med passar og linjal og andre hjelpemiddel."*

I forbindelse med avbildninger fokuserer vi her på begrepet "Kongruens", og finner ulike innfallsvinkler til forståelse av dette med bruk av andre hjelpemidler enn passer og linjal.

#### Forarbeid

Hvis du går alle trinnene i trappa sammen med elevene, kreves ikke forarbeid annet enn å finne fram utstyr og ha GeoGebra tilgjengelig som programvare.

#### Matematikk i fokus

Opplegget er delt i tre deler. I del 1 er hensikten å bli fortrolig med hva ordet kongruens betyr, i del 2 fokuserer vi på samarbeid og kommunikasjon og at eleven kan bruke begrepet riktig, i del 3 er hensikten å kunne bruke ulike kongruensavbildninger til å lage spennende mønstre. I alt tenker vi at eleven beveger seg i en "kompetansetrapp".

Kunne glose → Bruke begrep i språket → Anvende den matematiske ideen

#### Utstyr

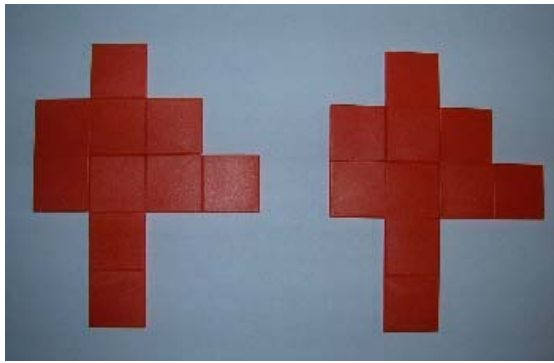
1. Pentominobrikker
2. 5\*5 geobrett (alternativt prikkark)
3. GeoGebra

#### Aktivitet/Opplegg

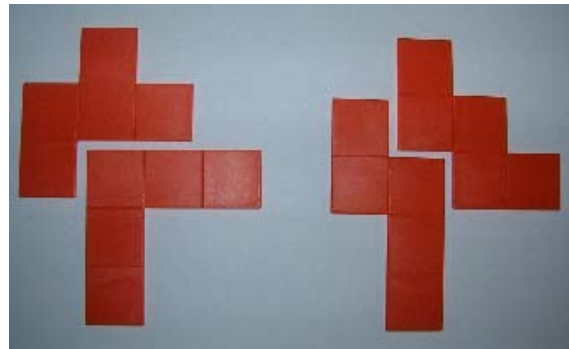
##### Del 1 – Å finne kongruente figurer

La elevene arbeide i par. Et sett med pentominobrikker består av 12 ulike sammensetninger av 5 kvadrater. Alle 12 brikkene er altså unike, ingen er innbyrdes kongruente. Ved å sette sammen to og to brikker (kanskje flere) kan en derimot finne figurer. La elevene lage figurer og lete etter kongruens. Bruk et ruteark til å dokumentere de ulike kombinasjonene de finner.

Hvilket elevpar finner flest varianter?



Figur 1a – kongruens



Figur 1b – vi ser at ulike brikker er brukt.

## Del 2 – Kommunikasjon

La elevene jobbe i par. Hver elev skal ha et geobrett og en strikk. Elev A lager en mangekant på sitt geobrett som elev B ikke får se.

### Variant A – ren kommunikasjonsøvelse

Elev A skal formidle til elev B hvordan strikken er plassert uten at elev B får se elev A sitt brett. Når elev B mener å ha en figur som er slik elev A har forklart, sammenligner de brettene og sjekker om figurene er kongruente.

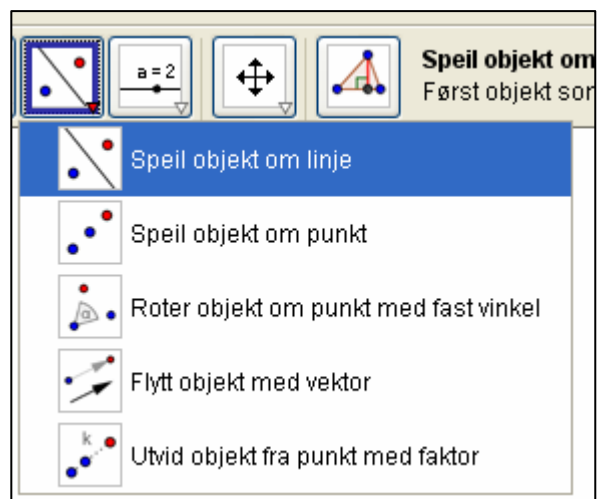
### Variant B – slagskip – et spill

Elev B stiller spørsmål til elev A i form av koordinater for pinnene i brettet (lærer må hjelpe elevene til å definere dette, f.eks ved at pinnen i nederste venstre hjørne skal ha koordinatene  $(0,0)$ ). Elev A kan svare enten "utenfor", "på" eller "inni". Tell antall spørsmål B må bruke for å avslure A sin figur. Bytt roller og se om A trenger færre eller flere spørsmål.

## Del 3 – Kongruens i Geogebra<sup>1</sup>

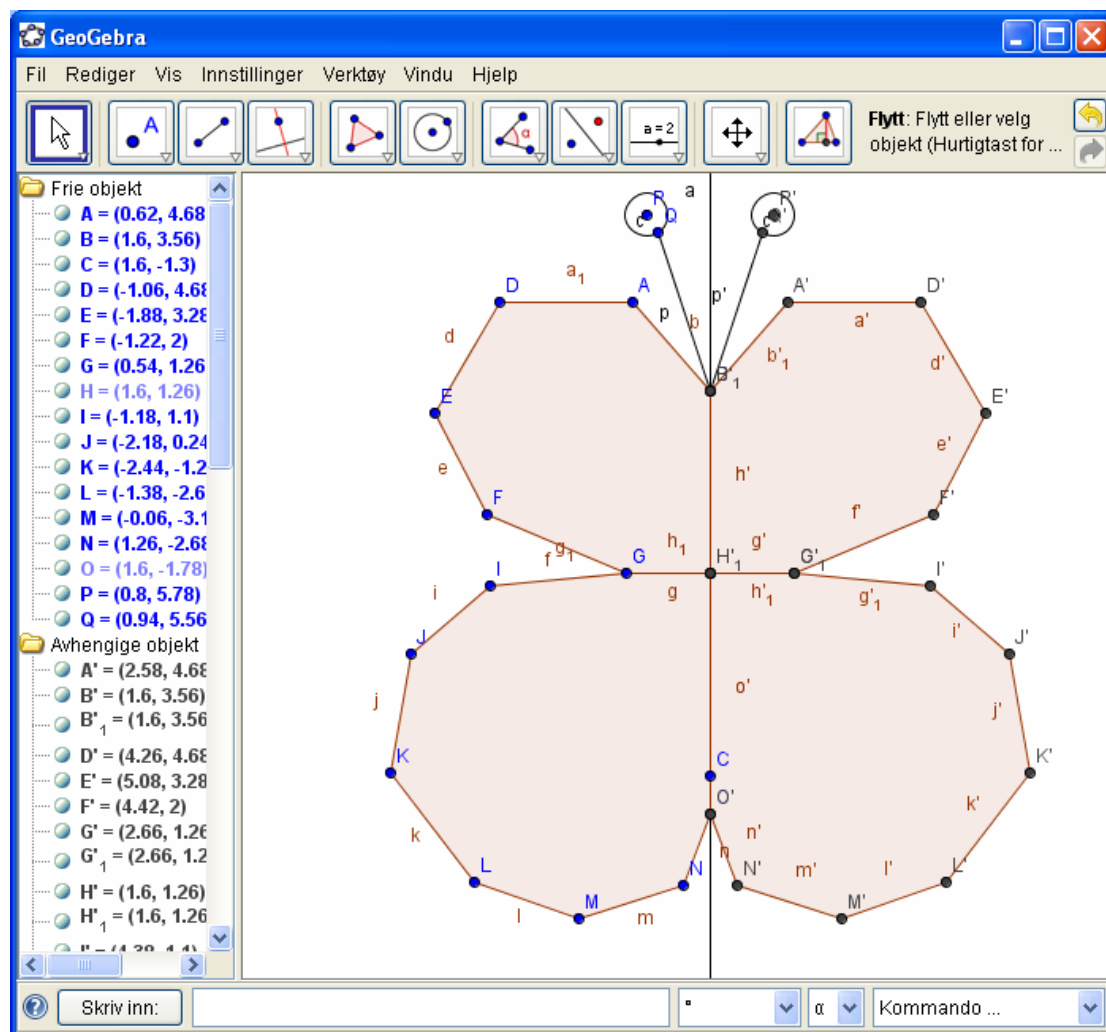
Et av hovedverktøyene i GeoGebra inneholder en rekke muligheter for kongruensavbildninger. La elevene bli kjent med kongruens ved å lage figurer og geometriske mønstre ved hjelp av de ulike verktøyene.

Nedenfor vises ulike eksempler på mønstre som fremkommer ved bruk av avbildningsverktøyene.

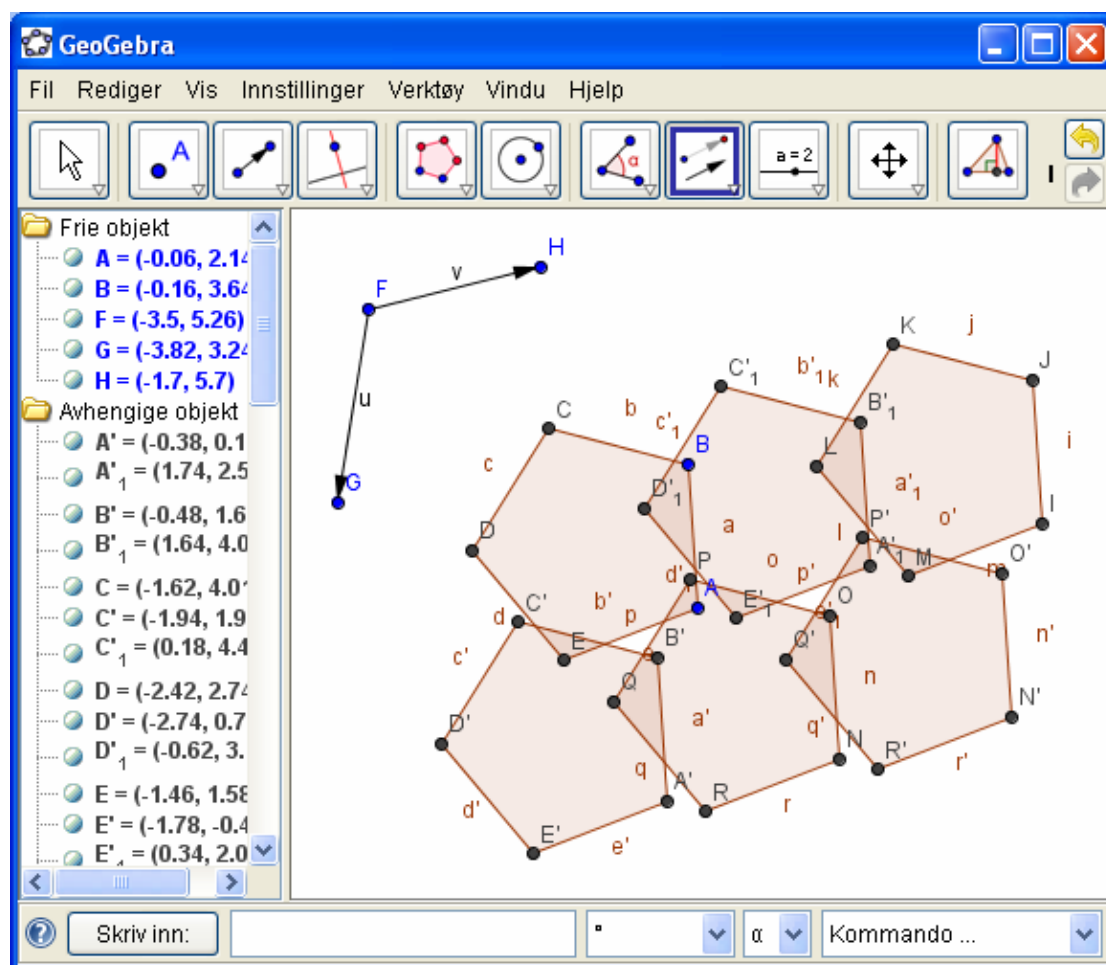


Figur 2: Avbildningsverktøykasse

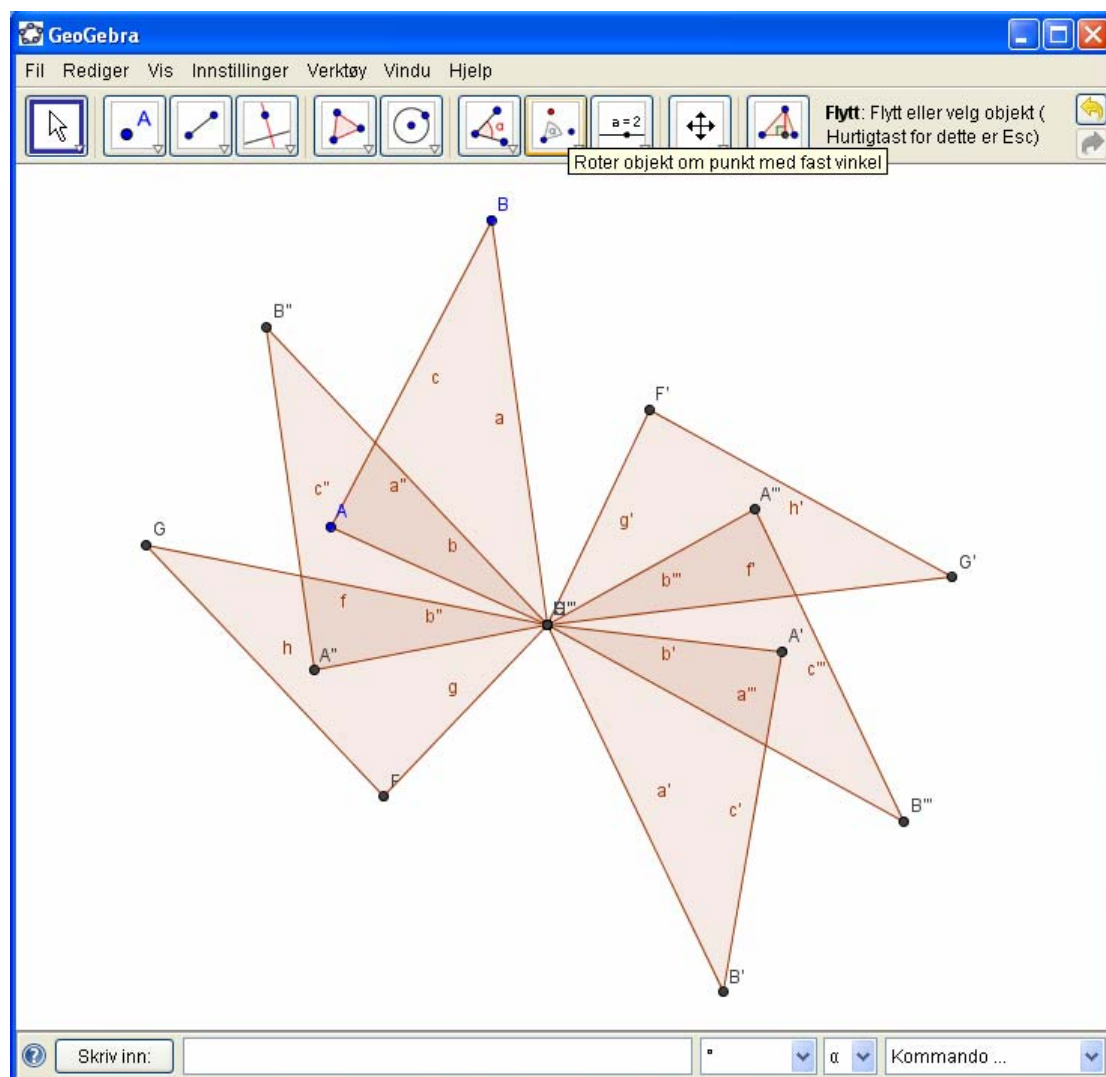
<sup>1</sup> GeoGebra er et dynamisk geometriverktøy som fritt kan lastes ned på [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)



Figur 3: Speiling om linje



Figur 4: Parallellforskyving



Figur 5: Rotasjon

### Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Til del 2: Øvelsen kan forenkles ved å avtale på forhånd hvilken type mangekant som skal brukes, og om det er lov med konkave figurer.

Som et alternativt trinn 4 kan du sende elevene ut på "kongruensskattejakt". La dem ta bilder av former og mønstre fra eget lokalmiljø som viser kongruens på ulike vis. Eksempler: Flere vinduer i samme bygning, rekkehus, ryggene på ringpermer osv. Du kan la elevene presentere bildene sine for klassen (– gir trening i muntlige ferdigheter) og/eller lage en collage av alle bildene.

### Litteratur/leseforslag

Ideene til del 1 og 2 er hentet fra Aktivitetspermen til Ingvill Stedøys matematiske koffert – Ungdomstrinnet.

## Formlikhet

Ved Anne Karin Wallace

### Arbeid med formlike trekanter, linjeforhold og arealforhold

#### Beskrivelse

Ved å måle og sammenlikne sider og vinkler i trekanter skal eleven bli kjent med linjeforhold og arealforhold i formlike trekanter. Arbeidet med konkretene følges opp med oppgaver der eleven bruker de reglene hun har kommet fram til. Opplegget passer for Vg1-1T.

#### Forarbeid

Repetisjon av begrep knyttet til trekanter: Likesidet, likebeint, rettvinklet, katet, hypotenus.

#### Matematikk i fokus

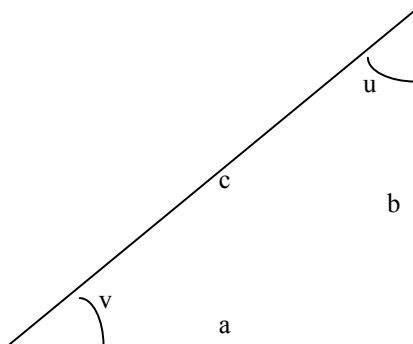
Linjeforhold og arealforhold i trekanter.

#### Utstyr

Linjal, vinkelmåler. Trekanter i papp eller plast. Vi bruker to forskjellige sett av trekanter.

**Det første settet** består av til sammen 9 rettvinklede trekanter, der tre og tre er formlike. Trekantene som er formlike har samme farge (tre grønne, tre røde, tre blå), og ulik størrelse (liten, middels, stor).

Alle trekantene er merket slik:



**Det andre settet** består av en stor og to eller flere små vinkelrette likebeite trekanter der lengden av sidene på den store trekanten er nøyaktig det dobbelte av sidene på de små.

## Aktivitet A: Linjeforhold

Elevene arbeider i grupper på tre elever, men starter med en individuell aktivitet.

### Individuell fase:

Hver elev får utdelt en rød, en blå og en grønn trekant

A1 Hva vet du om en rettvinklet trekant?

A2 Mål sidene i trekantene med mm- nøyaktighet, og fyll ut tabellen.

	$\angle v$	a	b	c	forhold		
					$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{c}$	$\frac{b}{a}$
Blå							
Rød							
Grønn							

**Hele gruppen:**

A3 Fyll ut tabell. Sammenlign resultatene fra individuell fase.

	Blå				Rød				Grønn			
	$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{c}$	$\frac{b}{a}$	$\angle v$	$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{c}$	$\frac{b}{a}$	$\angle v$	$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{c}$	$\frac{b}{a}$	$\angle v$
Elev 1												
Elev 2												
Elev 3												

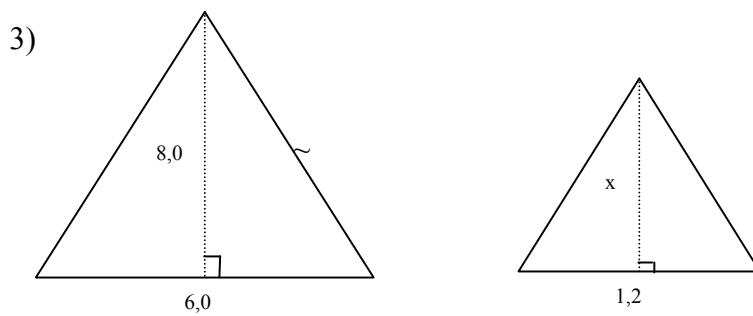
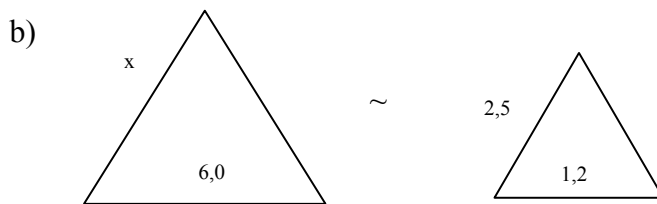
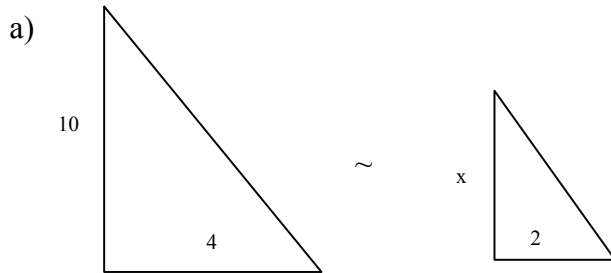
A4 Hva fant dere? Hvorfor? Forklar.

A5 Oppsummering: -formlikhet  
-rettvinklede trekanter  
-pytagoras

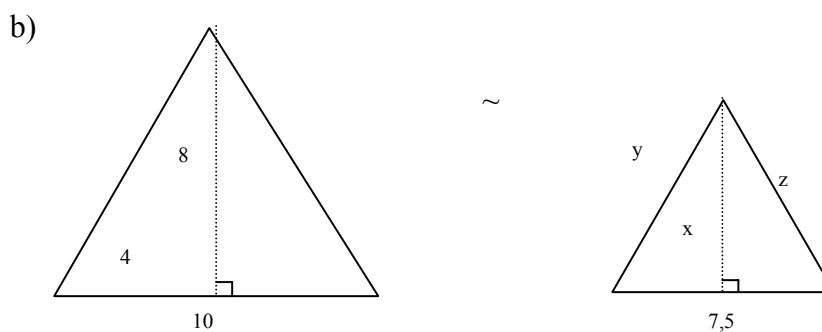
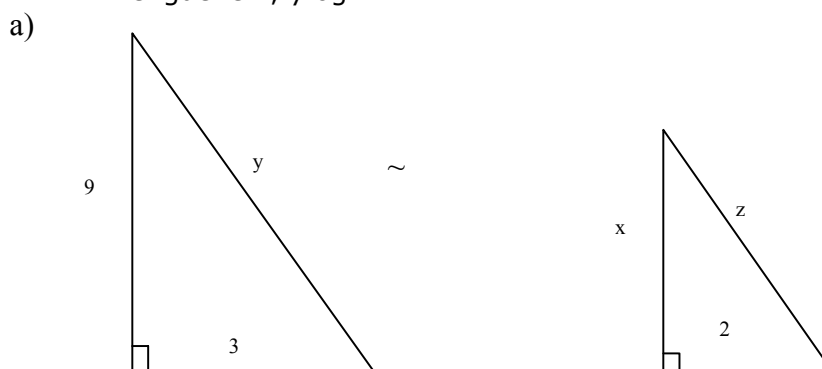


A6 Oppgaver: Gjør først disse oppgavene, ta deretter oppgaver i læreboka

– Finn lengden av  $x$  i trekantene.



– Finn lengdene  $x$ ,  $y$  og  $z$



### Aktivitet B: Formlikhet og areal (Flateforhold)

Hver gruppe starter med en stor og to eller flere små vinkelrette likebeite trekanten der lengden av sidene på den store trekanten er nøyaktig det dobbelte av sidene på de små.

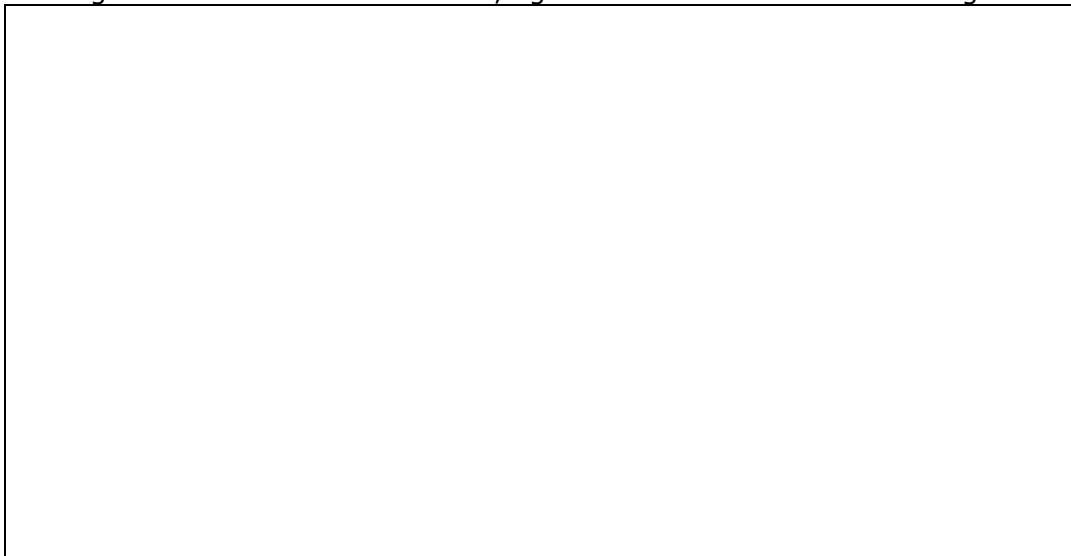
B1 Vurder arealforholdene, hva ser dere?



B2 Mål sidene

$g =$  \_\_\_\_\_  $h =$  \_\_\_\_\_  $G =$  \_\_\_\_\_  $H =$  \_\_\_\_\_

B3 Regn ut forholdet mellom sidene, og forholdet mellom arealene. Regel?

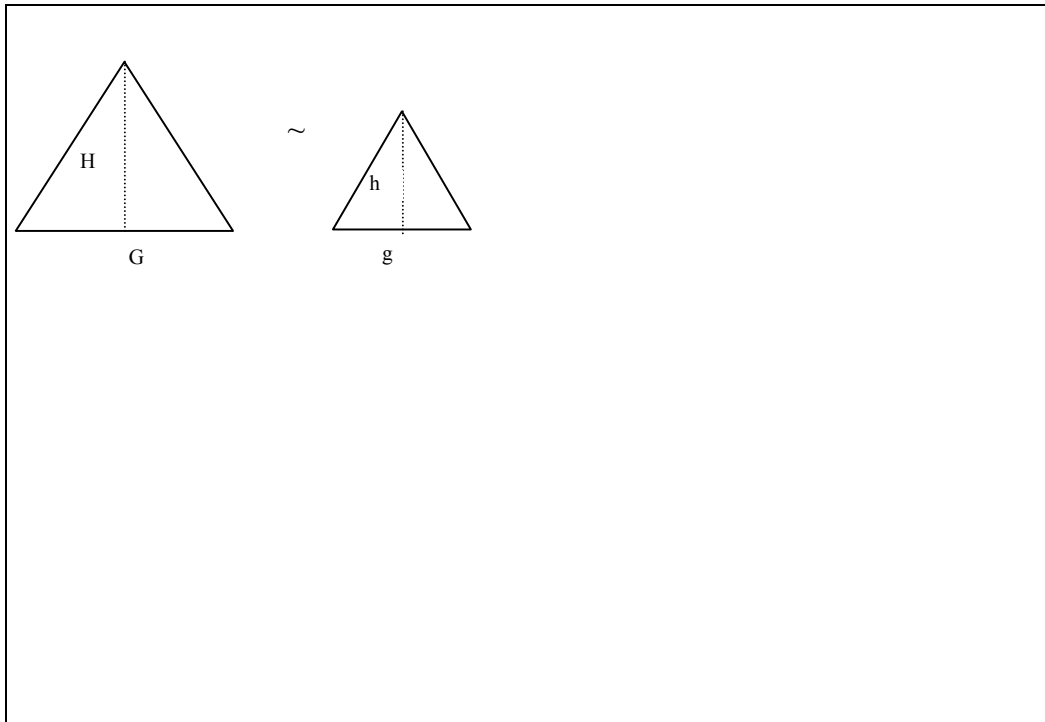


Ta to av de andre trekantene med lik farge, for eksempel to røde, eventuelt bruk målene fra tabell A2.

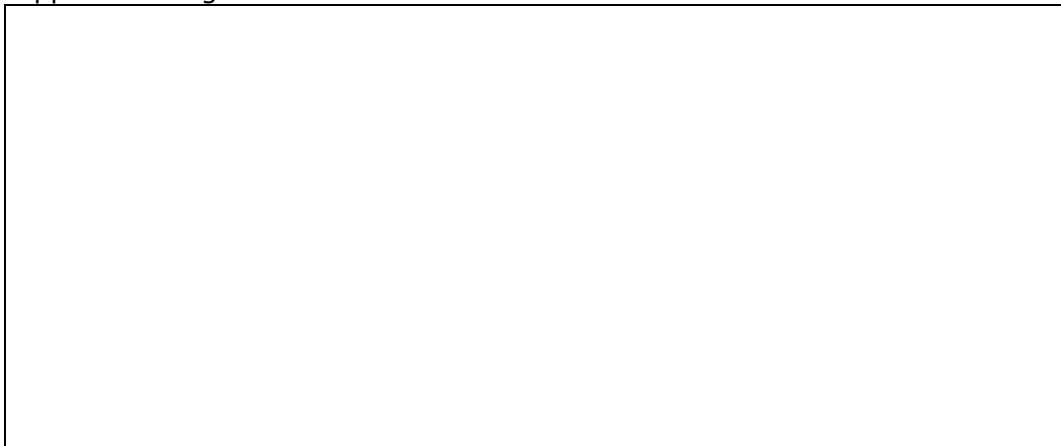
B4 Undersøk om regelen gjelder for disse trekantene



B5 Vis at det er en generell regel

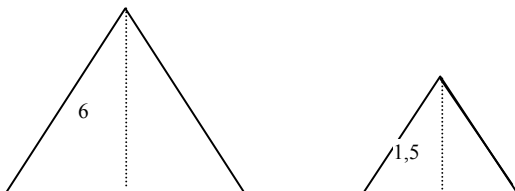


#### B6 Oppsummering

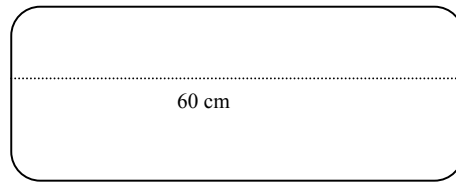


#### B7 Oppgaver

1. Finn arealet til den største trekanten når du får oppgitt at arealet til den minste trekanten er 3



2. Bjarne vil lage sin egen ballbinge, den skal være 9,00 meter lang. Han lager en modell som er 60 cm lang, og har et areal på  $2400 \text{ cm}^2$ . Finn arealet til ballbingen



Oppgaver fra læreboka.

### **Tips til læreren/variasjonsmuligheter**

Linjal og vinkelmåler kan kopieres på transparent og deles ut til elevene.

Settet med trekanter med ulik form kan brukes til å innføre sinus, cosinus og tangens i rettvinklede trekanter. Hvis en har gjennomført dette opplegget først kan de samme målingene brukes ved innføringen av trigonometrien.

### **Referanse**

Undervisningsopplegget er utarbeidet på Molde videregående skole av Oddrun Møkklegjerd og Svein Bloch.

## Sirkelens areal

Hvorfor er arealet av en sirkel lik  $\pi \cdot r \cdot r$  eller  $\pi r^2$ ?

Ved Eva Wollan

### Beskrivelse

Dette undervisningsopplegget går ut på at elevene skal få gjøre aktiviteter som visualiserer kunnskapen om arealet av en sirkel. Opplegget egner seg på ungdomstrinnet, gjerne i 8. klasse.

### Forarbeid

Elevene har lært å rekne ut arealet av kvadrat, rektangel og trekant når de skal begynne å lære om arealet av en sirkel. Vi bygger også på at elevene har lært at omkretsen av en sirkel er lik  $2\pi r$ . Dette bør først repeteres/oppfriskes.

### Matematikk i fokus

Det faglige innholdet er å lære kunnskapen om arealet av en sirkel.

### Utstyr

Vanlige skrivesaker, fargeblyanter, passer, linjal, saks og rutepapir.

### Aktivitet/Opplegg

Læreren må ta utgangspunkt i det elevene kan, og gå videre derfra.

#### Aktivitet 1:

Elevene får tegne en sirkel med passeren på et rutepapir. Deretter får de tegne et kvadrat rundt sirkelen med sider lik sirkelens diameter. Elevene kan så få telle antall hele ruter som ligger inne i sirkelen. De vil se at sirkellinja deler mange ruter, slik at en del av ruta ligger inne i sirkelen mens resten ligger på utsida. Elevene kan så telle antall delte ruter, og de ser at omtrent halvparten av dette arealet ligger innenfor sirkelen. Lærer og elever blir vel enige om at denne metoden å rekne ut arealet av en sirkel på både er tungvint og gir et unøyaktig svar.

I neste omgang kan elevene heller få tegne et nytt kvadrat inni sirkelen. De får skravere

halvparten av dette kvadratet, som da får arealet  $A = \frac{2r \cdot r}{r}$  (Se fig. 1.)

Elevene ser at det største (ytterste) kvadratet er større enn sirkelen, mens det minste (innerste) kvadratet er mindre enn sirkelen. Altså må arealet av sirkelen være:

$$2 \cdot \left( \frac{2r \cdot r}{2} \right) < A < (2r)^2 \quad \text{dvs: } 2r^2 < A < 4r^2$$

Tallet som skal multipliseres med  $r^2$  skal altså være større enn 2 og mindre enn 4, og det viser seg å være tallet 3,14 eller  $\pi$ , som elevene lærte om i forbindelse med utrekning av sirkelens omkrets.

#### Aktivitet 2:

Elevene får tegne en sirkel med passeren på et rutepapir som under aktivitet 1. Nå skal de derimot dele sirkelen i 12 like store "pizzastykker". Her bygger vi på at elevene har lært at omkretsen av en sirkel er lik  $2\pi r$ . Elevene får så fargelegge halvparten av bitene og deretter klippe dem ut. Deretter kan de sette bitene sammen til et parallelogram. (Se fig. 2.)

Siden omkretsen av en sirkel er  $2\pi r$ , må halvparten av sirkelens omkrets være  $\pi r$ . Grunnlinja til parallelogrammet blir altså  $\pi r$ . Høyden i parallelogrammet blir radien i sirkelen. Arealet av sirkelen blir dermed tilnærmet lik grunnlinja multiplisert med høyden i parallelogrammet. Altså:  $A \approx g \cdot h = \pi \cdot r \cdot r = \pi r^2$

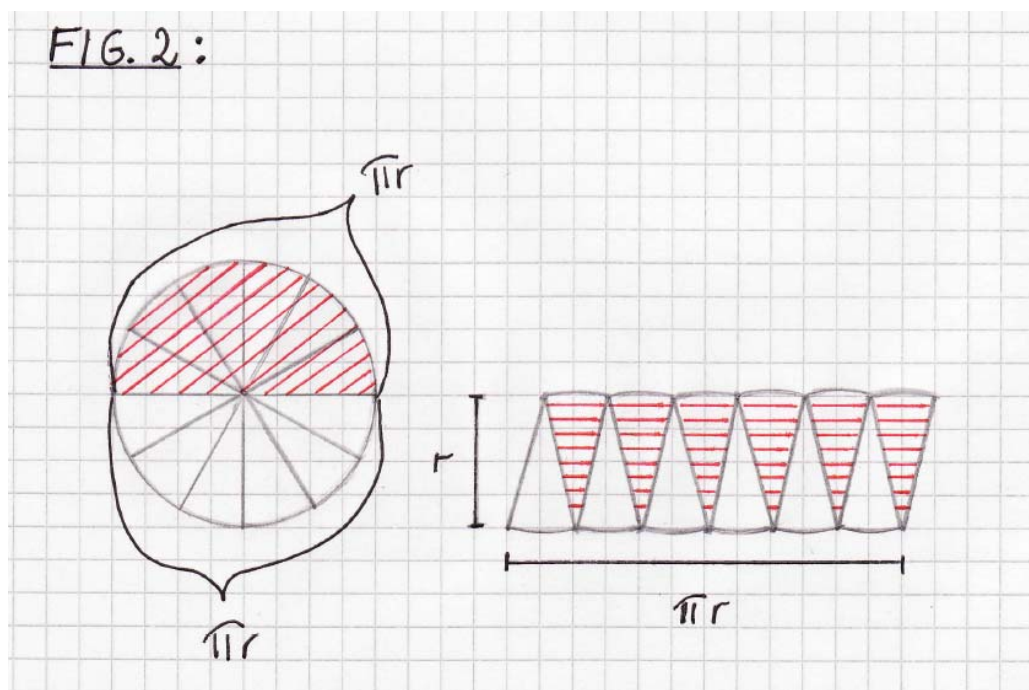
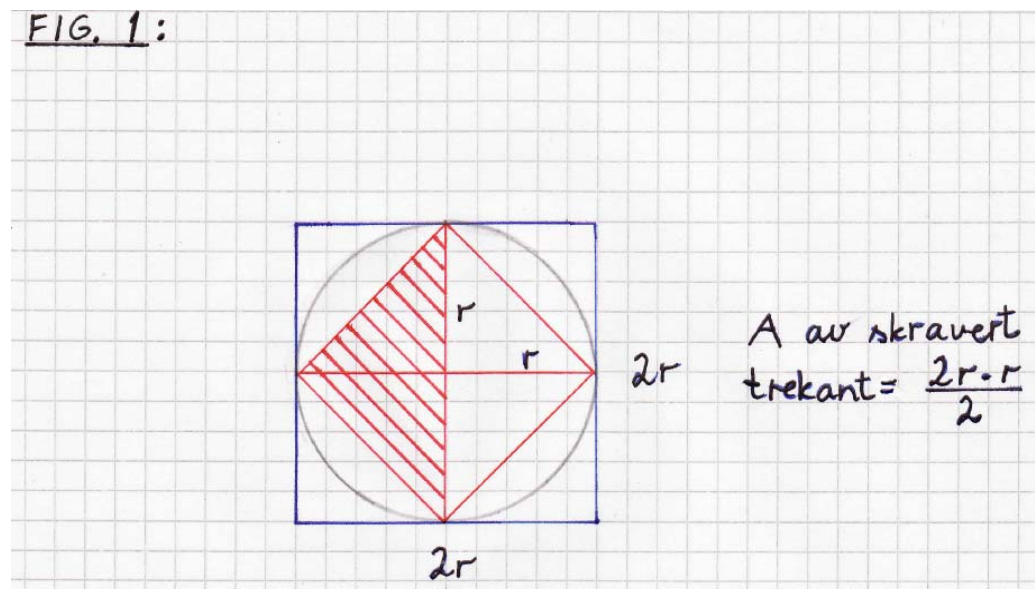
Etter gjennomføring av disse to aktivitetene, kan elevene få løse oppgaver der de bruker formelen  $\pi r^2$ , som de nå selv har funnet ut må stemme, til å rekne ut arealet av sirkelen.

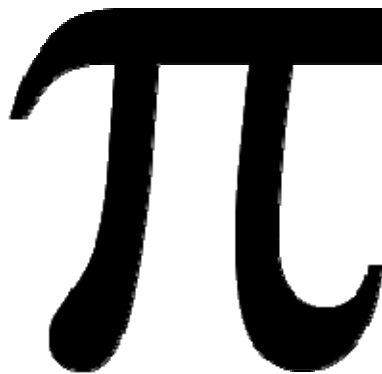
### Tips til læreren

Det er en fordel at lærer og elever gjør disse aktivitetene sammen. Elevene må også få anledning til å diskutere det de finner ut i etterkant.

### Litteratur/leseforslag

Jeg fikk ideen til dette undervisningsopplegget fra førsteamanuensis Kjartan Tvette som underviser i matematikk ved allmennlærerutdanningen ved Høgskolen i Nord-Trøndelag (HiNT), Levanger.





## Tallet pi

### Ved Anja Glad von Zernichow

#### Beskrivelse

Elevene skal kunne forklare hvordan tallet PI fremkommer som et geometrisk forhold. Opplegget egner seg godt på 8. og 9. trinn, men kan også brukes på 10. trinn.

#### Forarbeid

Nei

#### Matematikk i fokus

Kompetansemål i KL06:

**Gjere greie for talet pi og bruke det i berekninger av omkrins, areal og volum**

#### Utstyr

Garn/Tråd – helst to forskjellige farger. Saks. Linjal. Gjenstander med sirkel. Kalkulator.

#### Aktivitet/Opplegg

##### Lekse:

Ta med deg tre gjenstander som har form som en sirkel, eventuelt i/på seg (for eksempel en boks, grytelokk, CD, tallerken, speil, kopp ).På skolen:

Utstyr: Tråd/garn, saks, tabell, blyant og kalkulator. Velg en farge på garnet du bruker til å måle diameter, og en annen farge på garnet når du jobber med omkretsen.

##### 1. Fyll ut tabellen ved å

- Skrive opp gjenstandene du måler.
- Finn omkretsen: Legg garnet rundt ytterkanten av gjenstanden (sirkelen). Klipp. Mål lengden på garnet med linjalen (= omkretsen)
- Finn diameteren: Legg tråd/garn på diameteren til gjenstanden. Klipp. Mål lengden av diameteren med linjal.
- Fyll inn de forskjellige tallene, og regn ut tallene du trengte

Gjenstand	Omkrets	Diameter	Omkr:diam =

2. Nå finner du frem noen av gjenstandene igjen, og den tilhørende diameteren.

Gjenstand	Diameter	Ant ganger diameter går rundt omkretsen

Kan du se noen sammenhenger?

3. Nå bytter du tre gjenstander av noen andre i klassen.

- Bruk tråd/garn. Finn diameteren. Klipp. Mål med linjal.
- Ta diameteren og multipliser med 3,14. Skriv det tallet du får inn i tabellen.
- Så trekker du tråden langs ytterkanten av gjenstanden
- Sammenheng?

Gjenstand	Diameter	Diam x 3,14	Omkrets

4. Vet du formelen for å finne omkrets av en sirkel? Skriv den ned her:

5. Vet du formelen for å finne arealet av en sirkel? Skriv den ned her:

6. Finn frem to av gjenstandene med tilhørende diameter. Halver diameteren. Hva kaller vi lengden du sitter igjen med? \_\_\_\_\_ Kan vi finne omkretsen ved å bruke denne lengden? Hvordan?

7. Kan du finne arealet av en sirkel ved hjelp av radius? Forklar:

8. En sirkel med diameter på 1 meter har en omkrets tilsvarende \_\_\_\_\_?

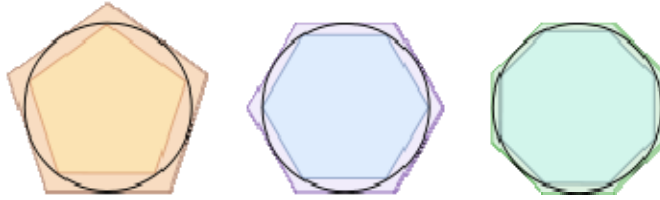
### Tips til læreren/variasjonsmuligheter

OM ARKIMEDES OG OMSIRKEL OG INNSIRKEL:

Denne innsnevringsmetoden brukte Arkimedes for å bestemme tallverdien til  $\pi$  (pi). Han gjorde dette ved å tegne to mangekanter (polygoner), en større utenfor en sirkel og en mindre inni sirkelen. Disse lå så tett til sirkelen som mulig, altså slik at både den ytre n-kanten og den indre n-kanten berørte sirkelen n ganger. Etterhvert som han økte antall kanter kom han sammenfalt mangekantene mer og mer med sirkelen. Ved hjelp av 96-kanter klarte han å beregne at verdien til  $\pi$  lå mellom  $3\frac{1}{7}$  og  $3\frac{10}{71}$ , altså mellom 3,1429



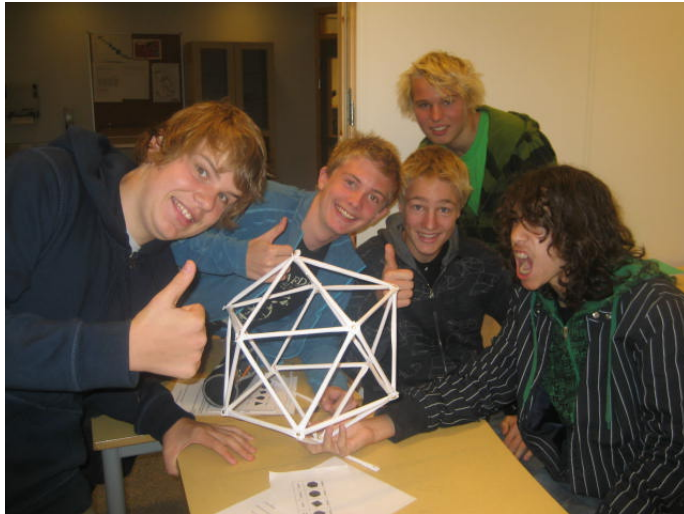
og 3,1408. Verdien av  $\pi$  uttrykt med ti desimaler er 3,1415926536. Å fastslå  $\pi$  med slik nøyaktighet var en fremragende prestasjon, siden det greske tallsystemet den gang var tungvint og besto av bokstaver i stedet for posisjonsnotasjonen som brukes i dag. Hentet fra: <http://no.wikipedia.org/wiki/Arkimedes>



**Matematikkens historie:** her er en med PI (på side 8), null, Pytagoras, Abel, Euklid, Platon med mer : [http://home.hio.no/~bjorsme/Matematikkens\\_historie.pdf](http://home.hio.no/~bjorsme/Matematikkens_historie.pdf)

Eget opplegg laget til en dobbelttime – [anja.glad.zernichow@kristiansand.kommune.no](mailto:anja.glad.zernichow@kristiansand.kommune.no)

## To og tre-dimensjonale figurer



### Platonske legemer

Ved Anja Glad von Zernichow

#### Beskrivelse

I KL 06 finner vi at elevene skal analysere egenskaper ved to- og tredimensjonale figurer og kunne bruke dem i samband med konstruksjoner og beregninger. Det er viktig å bevisstgjøre elevene på forskjellene mellom to- og tredimensjonale figurer – både i navn og form. Aktiviteten egner seg på ungdomstrinnet.

#### Forarbeid

Ikke nødvendig. Skal man jobbe med å utforske platonske legemer, kan det være greit å forklare følgende ord: Tetra = 4, Heksa = 6, Okta = 8, Dodeka = 12 og Ikosa = 20

#### Matematikk i fokus

At elevene skal kjenne og se forskjell på to- og tre-dimensjonale figurer, for eksempel sirkel – kule, trekant – pyramide og firkant – kube, samt kjenne til begreper som hører til de forskjellige dimensjonene: for eksempel areal, volum/liter, omkrets, overflate med mer.

Kompetansemål i KL06:

- analysere, også digitalt, egenskaper ved to- og tredimensjonale figurer og bruke dei i samband med konstruksjoner og beregninger
- utføre og grunngje geometriske konstruksjoner og avbildingar med passar og linjal og andre hjelpemiddel
- utforske, eksperimentere med og formulere logiske resonnement ved hjelp av geometriske idear

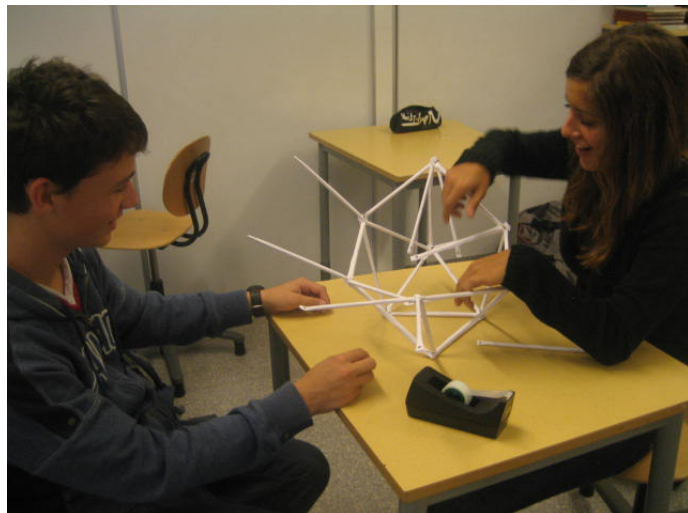
Man kan jobbe med regelmessige polyeder/Platonske legemer. I et regelmessig polyeder har alle flater samme form, alle kanter er like lange og alle vinklene er like store. Det finnes 5 regelmessige polyeder, de platonske legemer. Tre av dem bygges med likesidede trekanter, en med kvadrater, og en med femkanter. Ill på: Fra:

[http://no.wikipedia.org/wiki/Platonsk\\_legeme](http://no.wikipedia.org/wiki/Platonsk_legeme)

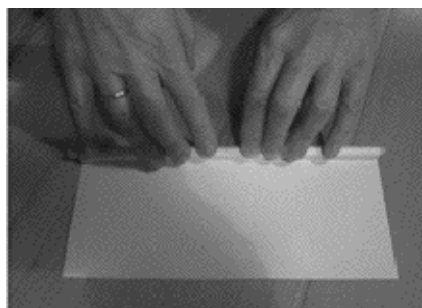
## Utstyr

A4-ark. Blomsterpinner (ikke for tynne). Lim. Saks. Hullemaskin. Splittbinders.  
Opplegget er laget av Ingvill Stedøy-Johansen, og er hentet fra  
[http://matematikk.org/\\_voksne/uopplegg/vis.html?tid=67118](http://matematikk.org/_voksne/uopplegg/vis.html?tid=67118)

## Aktivitet/Opplegg



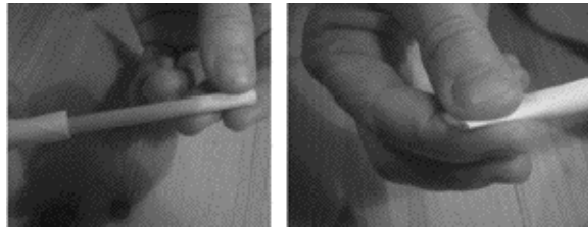
Dersom det benyttes A4-ark, kan det være greit å dele dem på midten slik at vi får to A5-ark. Ta en blyant eller en tykk blomsterpinne på ca. 6 mm og rull arkets langside opp rundt pinnen, som vist på bildet under.



Når papiret er helt opprullet, rull det fram og tilbake noen ganger slik at det slutter fast rundt pinnen. Kontrollér at papiret er jevnt i endene. Lim så papirkanten som vist på bildet under.



Fjern pinnen, og klem sammen endene på papirsylindren. Sørg for at begge de flate endene er på samme side så den ikke blir "vridd".

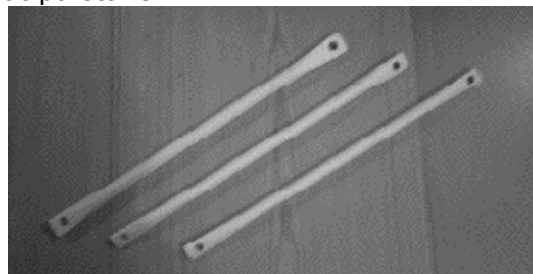


Deretter stikkes enden inn i hullmaskinen, og en trykker et hull i den flattrykkte enden. Pass på at hullet sentreres på det flattrykkte området, og at det er noen millimeter fra enden, ellers har det lett for å revne.

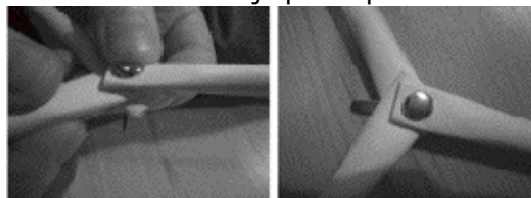
Gjør det samme i begge ender. På denne måten kan vi lage så mange staver vi måtte trenge.



I de matematiske modellene som presenteres her, er alle sidekantene like lange. I andre modeller, f.eks. brokonstruksjoner eller skulpturer, vil lengden av stavene måtte tilpasses. Dette gjøres ved å klippe stavene i riktig lengde. Enkelte konstruksjoner krever også at det lages hull midt på staven.

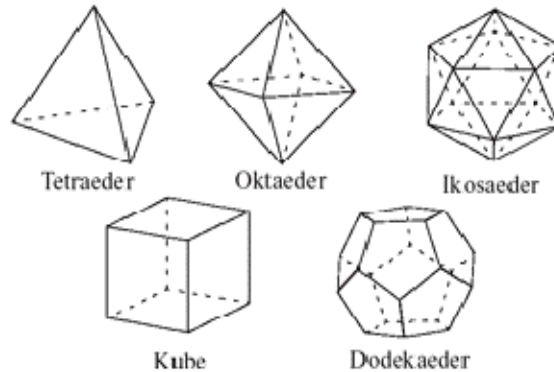


To eller flere papirrør settes sammen ved hjelp av splittbinders som vist på bildet under.



## De fem platonske legemene

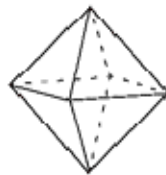
La oss nå se på hvordan vi kan benytte våre papirrør til å lage et par av de platonske legemer.



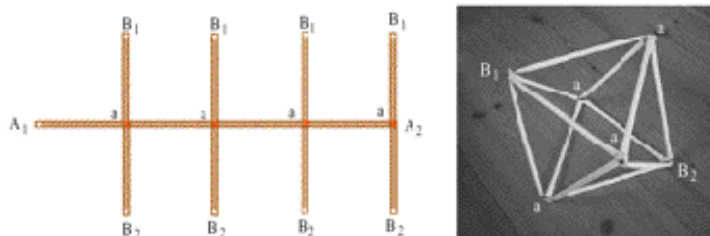
En kube er ett av de fem *platonske legemene*. Et platonsk legeme er et legeme med fra 4 til 20 flater, hvor samtlige sideflater er helt like. Dessuten er alle sidekantene like lange og alle vinklene mellom flatene like store. Når alle disse forutsetningene skal oppfylles, er det bare mulig å lage fem slike legemer.

### Slik lager du oktaederet

Oktaederet er, som navnet sier, en modell som er satt sammen av 8 sideflater. Hver sideflate er en likesidet trekant, som vist på figuren under.



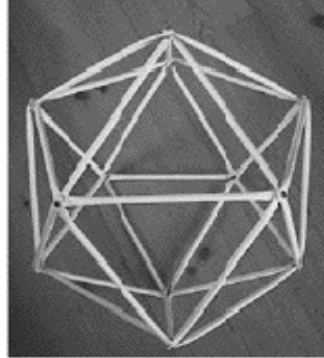
Teller vi etter, ser vi at vi trenger 12 papirrør for å lage denne. Som for de andre figurene er det enklest å begynne med en utbrettet versjon. Dette er vist på figuren under.



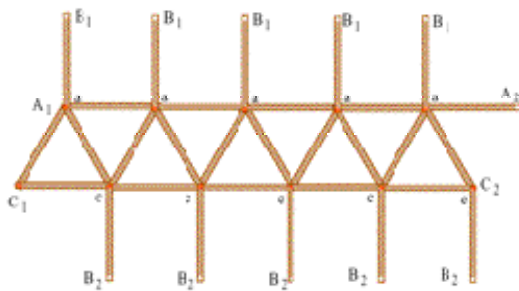
Dersom vi nå sammenfører A1 med A2 ved hjelp av en splittbinders, vil a'ene danne hjørnene i et kvadrat. Deretter forbindes alle B1 med en splittbinders og alle B2 med en annen splittbinders. På denne måten dannes to firkantede pyramider som har felles grunnflate med hjørnene a - a, som vist på bildet over.

## Slik lager du ikosaederet

Dette er kanskje det flotteste av de fem platonske legemene, og består av 20 likesidete trekkanter som passer perfekt til hverandre, som vist på figuren under.



Ikosaederet er sammensatt av stabile trekkanter, og egner seg godt for konstruksjon med papirrør. Teller vi etter, vil vi finne at vi trenger ialt 30 papirrør for å lage denne konstruksjonen.



Etter at alle 30 staver er festet sammen med splittbinders som vist på figuren over, brettes A1 over mot A2 og C1 over til C2 slik at punktene a - a og c - c danner to femkantete ringer. Deretter festes alle B1 sammen i ett topp-punkt, og alle B2 i et annet topp-punkt.

## Undersøk:

1. Hva kaller vi den geometriske formen som hver sideflate har?
2. Undersøk hvor mange flater som møtes i et hjørne hos oktaederet/ikosaederet. Velg et annet hjørne og tell etter hvor mange flater som møtes i dette hjørnet. Hva finner du ut?
3. Undersøk om ett av hjørnene skiller seg ut fra de andre. Legg merke til at uansett hvilket hjørner du setter øverst, så ser legemet likedan ut.
4. Tell hvor mange trekkanter oktaederet består av. Hva tror du ordet oktaeder betyr?
5. Kan du finne andre ord som begynner med okta...
6. Tell hvor mange trekkanter ikosaederet har? Hva tror du ordet ikosaeder betyr?
7. Hvorfor er det lettere å lage tetraederet, oktaederet og ikosaederet med papirrør,

enn dodekaederet og kuben.

8. Klarer du å regne ut overflate til et oktaeder/ikosaeder? Bruk gjerne linjalen og ta de nødvendige målene.

9. Klarer du å uttrykke overflata til oktaederet/ikosaederet ved hjelp av lengden til en sidekant?

10. Klarer du å beregne volumet til oktaederet/ikosaedert ved hjelp av lengden til en sidekant?

### **Tips til læreren/variasjonsmuligheter**

Figurene kan lages som "tette" legemer – og brettes etter følgende mal.

<http://nordnorsk.vitensenter.no/matematikk/figurark/UtbrettsfigurerTilNett.pdf>

Man kan legge inn personer eller annet fra **Matematikkens historie**: her er en med pi, null, Pytagoras, Abel, Euklid, Platon mm

[http://home.hio.no/~bjorsme/Matematikkens\\_historie.pdf](http://home.hio.no/~bjorsme/Matematikkens_historie.pdf)

### **Litteratur/leseforslag**

Hva er spesielt med platonske legemer og hvorfor er det bare fem forskjellige?

[http://matematikk.org/\\_voksne/artikkel/vis.html?tid=65081](http://matematikk.org/_voksne/artikkel/vis.html?tid=65081)

## **TEMA:GEOMETRI – EKSPERIMENTERING OG UTFORSKNING**

### **TITTEL: GEOMETRI I SAL**



**VED BERIT AADNE, VILBERG UNGDOMSSKOLE, EIDSVOLL**



Undervisningsopplegget går ut på at elevene med egen kropp skal utforske forskjellige geometriske figurer, finne ut i gruppe hva som er spesielt med figurene og gjøre beregninger av disse. Opplegget kan tilpasses til alle trinn.

### **Forarbeid og utstyr**

Hver gruppe trenger tavlelinjal eller målebånd. Hvis man ønsker å bruke kamera for å utvide oppgaven, må hver gruppe ha det.

Læreren velger selv om han/hun repeterer areal, omkrets, overflate og volum av figurer (ut fra trinnet) eller om han/hun vil at elevene skal utforske selv.

### **Målene for arbeidet**

Elevene skal bli bedre kjent med plan- og romfigurer, og forstå hvordan man gjør beregninger ut fra utforskning og egne erfaringer.

Elevene skal oppleve rommet, nivåer og retninger på en ny måte. Fysisk aktivitet er ofte lystbetont og øker derved læringsevnen og utforskningstrangen. Tett fysisk og utforskende aktivitet vil også gi et bedre sosialt miljø i klassen. At elevene jobber fysisk gjør at de får en ny måte å lære på, ikke bare ved syn, hørsel og finmotorikk.

Elevene skal vise at de har forstått det de har gjort gjennom forklaringer og ved å svare på spørsmål. De skal også øve på å bruke formler og det matematiske språket.

Hvis man utvider opplegget, vil bruk av IKT komme inn.

### **Eventuell start**

Elevene går rundt i rommet uten å støte på hverandre. På signal går de i spesielle figurer, på diagonaler, i forskjellige nivåer og lignende. Det er fint å bruke musikk som signal

her. (Nivåer: Bevege seg høyt oppe, på midten eller nede ved gulvet)

**Undervisningsopplegget:**

Læreren setter sammen grupper. Gruppene bør ikke være for små, 5-6 personer.

Grappa velger ut 4 geometriske figurer.

Elevene i grappa skal nå lage figurene de har valgt med egne kropper i flere nivåer, gjerne ved bruk av gulv eller vegg.

Elevene får følgende instruksjoner:

- Lag figurene som dere har valgt på så mange måter som mulig.
- Bruk forskjellige nivåer.
- Beregn så mye dere kan om hver figur (forhåpentligvis sider, vinkler, diagonaler, areal, omkrets, volum og overflate).

**Etterfølgende oppgaver kan være:**

- Elevene viser figurene sine til klassen, og forteller hvordan de har gjort beregningene.
- Beregn sider og vinkler i figurene ved hjelp av formlikhet, Pythagoras eller trigonometri.
- Elevene kan ta bilder eller video av det de har kommet fram til. Dette kan legges fram i klasserommet, der elevene forklarer hvordan de laget figurene, hva de har regnet ut og hvordan de har tenkt.
- Bilder og utregninger kan legges inn i mapper på data for vurdering eller senere bruk.

**ELEVENE HAR LAGET ET "REKTANGEL", TATT  
BILDE, LAGT INN PÅ DATA OG REGNET UT  
AREAL OG OMKRETS:**



$$O = l + l + b + b = 180\text{cm} + 180\text{cm} + 60\text{cm} + 60\text{cm} = 480\text{cm} = 4,80\text{m}$$
$$A = l * b = 180\text{cm} * 60\text{cm} = 10800\text{cm}^2 = 108\text{dm}^2$$

